

В.А. Смирнов, И.М. Смирнова, И.В. Яценко
КАКОЙ БЫТЬ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ В 5 – 6 КЛАССАХ

Результаты ГИА и ЕГЭ по математике показывают, что основная проблема геометрической подготовки учащихся связана с недостаточно развитыми геометрическими представлениями, неумением представлять и изображать геометрические фигуры, проводить дополнительные построения.

Задачи, в которых требуется понимание геометрической конструкции, решаются гораздо хуже, чем те, в которых требуется просто найти ту или иную геометрическую величину, подставляя данные в соответствующую формулу.

Выучивание формул не является основной целью обучения геометрии. В некотором смысле геометрические представления учащихся важнее знания конкретных формул. Формулы забываются, а геометрические представления остаются. Формулы можно посмотреть в справочной литературе, а геометрические представления нет.

Начинать развивать геометрические представления школьников нужно как можно раньше. На это должно быть нацелено и изучение раздела «Наглядная геометрия» примерной программы основного общего образования по математике.

К сожалению, в действующих учебниках по математике для 5-6 классов больше внимания уделяется вопросам нахождения геометрических величин (длина, угол, площадь, объём) и гораздо меньше – развитию геометрических представлений учащихся.

Мы предлагаем усилить изучение наглядной геометрии в 5-6 классах, при этом особое внимание уделить изображению и моделированию плоских и пространственных фигур.

Это позволит развить геометрические представления учащихся, лучше подготовить их к изучению систематического курса геометрии 7-11 классов, повысить качество обучения геометрии.

С этой целью издательством МЦНМО было выпущено учебное пособие «Наглядная геометрия» [1] и четыре рабочие тетради по наглядной геометрии [2], в которых реализована следующая примерная программа для 5-6 классов, рассчитанная на 68 часов.

Отметим, что указанные пособие и рабочие тетради могут быть использованы при изучении геометрии в 7-11 классах, проведении кружков, курсов по выбору и элективных курсов, а также при обобщающем повторении и подготовке к ГИА и ЕГЭ по математике.

ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА

Основные понятия геометрии (4 ч)

Точки, прямые, плоскости. Лучи и отрезки. Взаимное расположение точек и прямых на плоскости. Параллельные и перпендикулярные прямые.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- понимать, идеализацией каких реальных объектов являются точки, прямые и плоскости;
- изображать, обозначать и называть точки, прямые, лучи, отрезки;
- устанавливать взаимное расположение точек и прямых на плоскости;
- решать задачи комбинаторного характера на взаимное расположение точек и прямых на плоскости.

Отрезки и углы (6 ч)

Сравнение отрезков. Равенство отрезков. Измерение длин отрезков. Единицы измерения длины.

Полуплоскость и угол. Виды углов: острые, прямые, тупые углы, развёрнутый угол. Смежные и вертикальные углы. Сравнение углов. Равенство углов. Биссектриса угла. Градусная величина угла. Измерение величин углов.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- сравнивать отрезки и устанавливать их равенство;
- измерять длины отрезков с помощью линейки;
- откладывать отрезки заданной длины;
- изображать, обозначать и называть углы;
- устанавливать виды углов;
- сравнивать углы и устанавливать их равенство;
- проводить биссектрису угла;
- измерять градусные величины углов с помощью транспортира;
- изображать углы заданных градусных величин;
- решать задачи на нахождение длин отрезков и величин углов.

Ломаные и многоугольники (4 ч)

Ломаная. Простые и замкнутые ломаные. Длина ломаной. Многоугольник. Диагонали многоугольника. Выпуклые и невыпуклые многоугольники. Правильные многоугольники. Звёздчатые многоугольники. Периметр многоугольника.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- изображать, обозначать и называть ломаные и многоугольники;
- устанавливать вид многоугольников;
- проводить дополнительные построения;
- находить длину ломаной и периметр многоугольника.

Треугольники и четырёхугольники (6 ч)

Треугольник. Остроугольные, прямоугольные, тупоугольные, равнобедренные, равносторонние треугольники. Гипотенуза и катеты прямоугольного треугольника. Высота, медиана и биссектриса треугольника.

Четырёхугольник. Выпуклые и невыпуклые четырёхугольники. Прямоугольник, квадрат, параллелограмм, ромб, трапеция. Равнобедренная и прямоугольная трапеции.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- изображать, обозначать и называть треугольники и четырёхугольники;
- устанавливать вид треугольников и четырёхугольников;
- проводить дополнительные построения;
- решать задачи на нахождение сторон и углов треугольников и четырёхугольников.

Окружность. Геометрические места точек (6 ч)

Окружность и круг. Центр и радиус окружности. Хорда и диаметр окружности. Взаимное расположение двух окружностей. Длина окружности.

Геометрическое место точек. Примеры.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- изображать окружности и круги;
- отмечать центр окружности, проводить радиус, диаметр и хорды окружности;
- устанавливать взаимное расположение окружностей;
- находить приближённое значение длины окружности;
- решать задачи на нахождение и изображение геометрических мест точек.

***Графы. Кривые (8 ч)**

Графы. Вершины и рёбра графов. Примеры графов. Уникурсальные графы. Задача Эйлера о кёнигсбергских мостах. Задачи о раскрашивании карт.

Кривые, как траектории движения точек: циклоида, кардиоида, астроида.

Характеристика основных видов деятельности учащихся а:

- приводить примеры графов и изображать графы;
- устанавливать уникурсальность графов;
- решать задачи на раскрашивание карт;
- изображать кривые, как траектории движения точек.

Симметрия (8 ч)

Центральная симметрия. Центально-симметричные фигуры. Примеры.

Осевая симметрия. Примеры.

Поворот. Симметрия n -го порядка. Примеры.

Паркетты на плоскости. Правильные паркетты.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- изображать фигуру, центрально-симметричную данной;
- устанавливать центральную симметричность фигур и находить их центр симметрии;
- изображать фигуру, симметричную данной относительно заданной оси;
- находить и изображать оси симметрии заданных фигур;
- изображать фигуру, полученную поворотом данной фигуры на данный угол вокруг данной точки;

- выяснять порядок симметрии данной фигуры и изображать центр симметрии;

- изображать паркеты на плоскости, выяснять возможность построения паркетов из заданных многоугольников.

Многогранники (8 ч)

Понятие многогранника. Вершины, рёбра и грани многогранника. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Куб, параллелепипед, призма, пирамида. Правильные, полуправильные и звёздчатые многогранники. Развёртки. Моделирование многогранников.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- изображать многогранники;
- устанавливать выпуклость и невыпуклость многогранников;
- находить число вершин, рёбер и граней многогранников;
- изготавливать развёртки многогранников;
- моделировать многогранники.

Площадь и объём (10 ч)

Площадь и её свойства. Единицы измерения площади. Равновеликие фигуры. Площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника, многоугольника. Задачи на разрезание.

Площадь поверхности многогранника.

Объём и его свойства. Единицы измерения объёма. Объём прямоугольного параллелепипеда и прямой призмы.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- находить площади фигур, используя формулы и свойства площади;
- устанавливать равновеликость фигур;
- решать задачи на разрезание;
- находить площади поверхностей многогранников;
- находить объёмы многогранников, используя формулы и свойства объёмов.

Координаты (6 ч)

Прямоугольная система координат на плоскости. Начало координат. Координатные прямые: оси абсцисс и ординат. Координаты точки. Метод координат.

Характеристика основных видов деятельности учащихся:

- изображать прямоугольную систему координат на плоскости;
- находить координаты точек и изображать точки с заданными координатами;
- изображать отрезки, ломаные, многоугольники на координатной плоскости, заданные координатами своих вершин;
- изображать окружности и круги на координатной плоскости, заданные координатами центра и радиусом;
- решать задачи на нахождение длин, углов, площадей фигур на координатной плоскости.

Обобщающее повторение (2 ч)

Приведём примеры некоторых задач, включённых в учебное пособие [1] и рабочие тетради [2], и направленные на развитие геометрических представлений учащихся.

1. Изобразите пять прямых так, чтобы у них было десять точек попарных пересечений.

Ответ. Одно из возможных расположений прямых показано на рисунке 1.

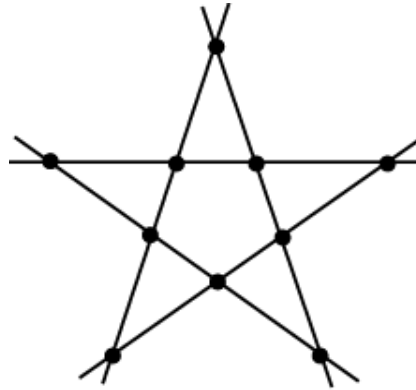


Рис. 1

2. На клетчатой бумаге изобразите точки A , B и прямую c , как показано на рисунке 2. На прямой c отметьте точку, равноудалённую от точек A , B .

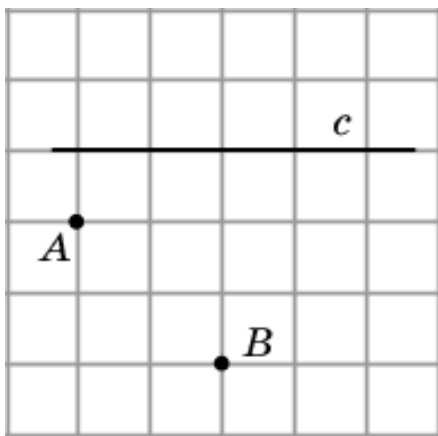


Рис. 2

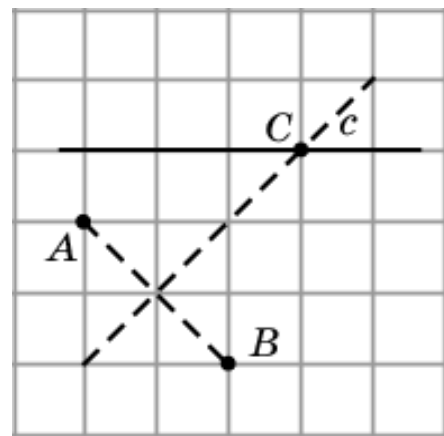


Рис. 3

Ответ. Искомая точка C показана на рисунке 3.

3. На клетчатой бумаге нарисуйте отрезок AB и прямую c , как показано на рисунке 4. Изобразите отрезок, симметричный данному отрезку AB относительно прямой c .

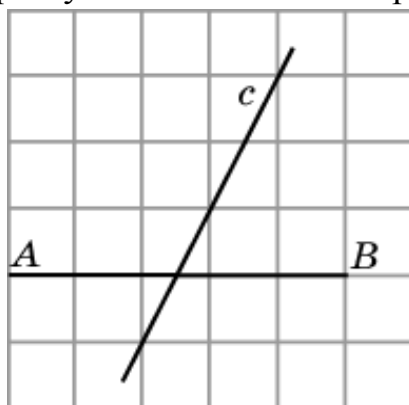


Рис. 4

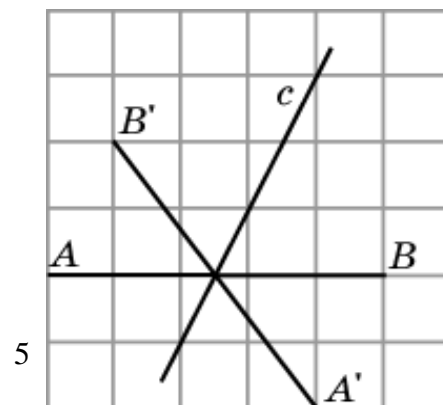


Рис. 5

Ответ. Искомый отрезок $A'B'$ показан на рисунке 5.

4. Изобразите четырёхстороннюю ломаную, проходящую через все данные точки на рисунке 6.

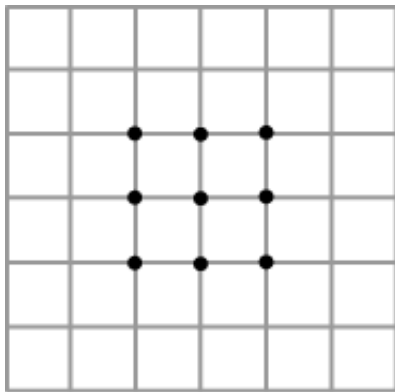


Рис. 6

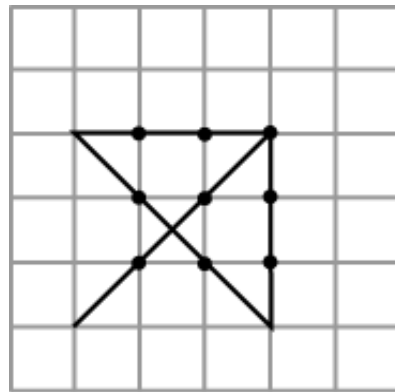


Рис. 7

Ответ. Искомая ломаная показана на рисунке 7.

5. На клетчатой бумаге нарисуйте треугольник ABC , как показано на рисунке 8. Проведите из вершины C медиану, биссектрису и высоту треугольника.

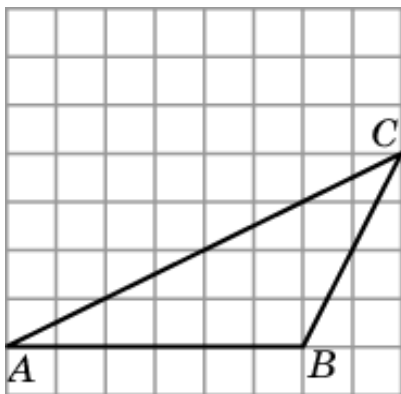


Рис. 8

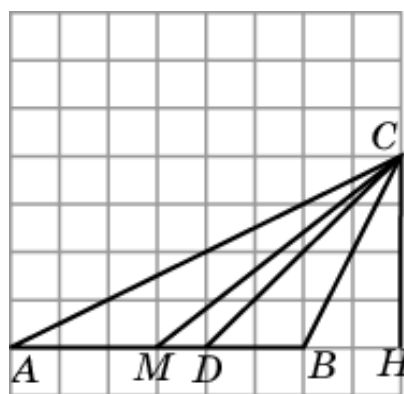


Рис. 9

Ответ. Искомые медиана CM , биссектриса CD и высота CH показаны на рисунке 9.

6. Изобразите два треугольника так, чтобы их общей частью (пересечением) был: а) треугольник; б) четырёхугольник; в) пятиугольник; г) шестиугольник.

Ответ. Возможные расположения треугольников показаны на рисунке 10.

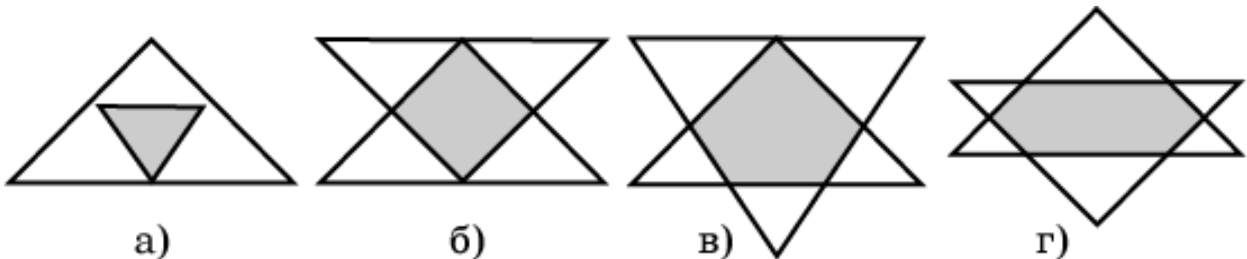


Рис. 10

7. На клетчатой бумаге нарисуйте паркет, составленный из четырёхугольников, равных данному на рисунке 11.

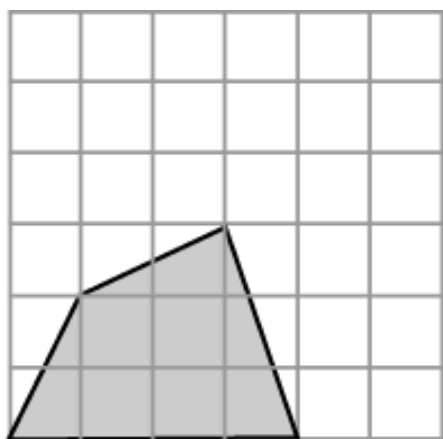


Рис. 11

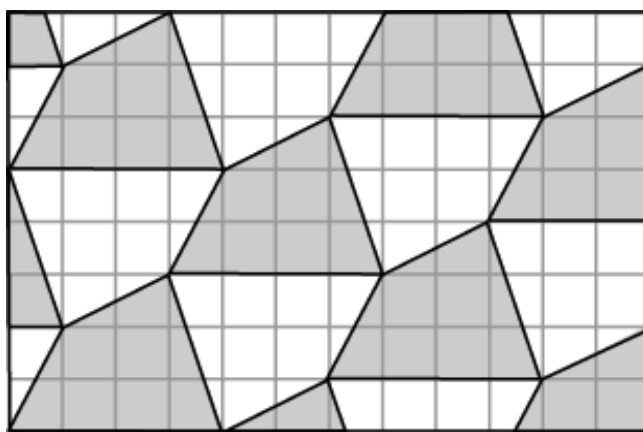


Рис. 12

Ответ. Фрагмент искомого паркета показан на рисунке 12.

8. Изобразите окружности, как показано на рисунке 13. Закрасьте область, состоящую из всех точек A , для которых: а) $AO < 1$, $AP < 1$ и $AQ < 1$; б) $AO < 1$, $AP < 1$ и $AQ > 1$; в) $AO < 1$, $AP > 1$ и $AQ > 1$.

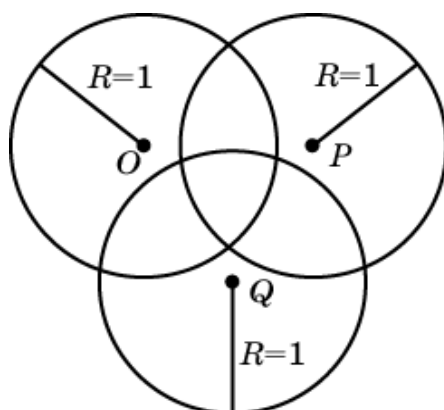


Рис. 13

Ответ. Искомые области показаны на рисунке 14.

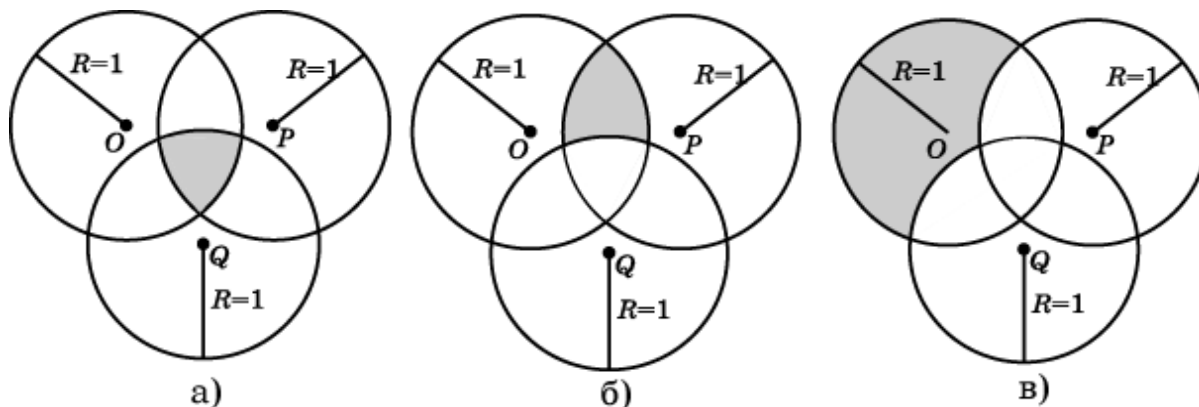


Рис. 14

Ответ. Искомое разрезание показано на рисунке 18.

11. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке 19. Стороны квадратных клеток равны 1.

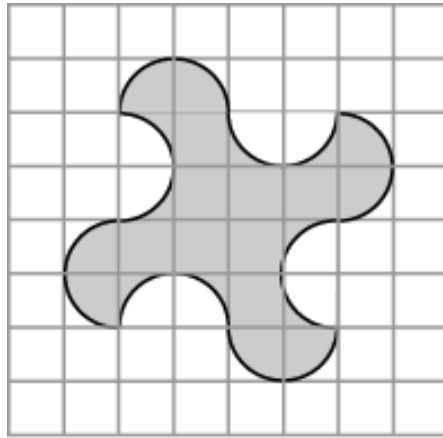


Рис. 19

Ответ. 16.

12. На клетчатой бумаге изобразите прямоугольный параллелепипед, три ребра которого изображены на рисунке 20.

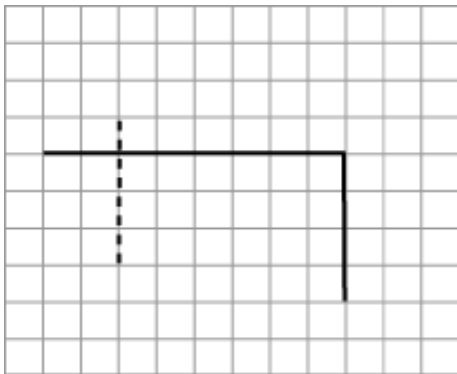


Рис. 20

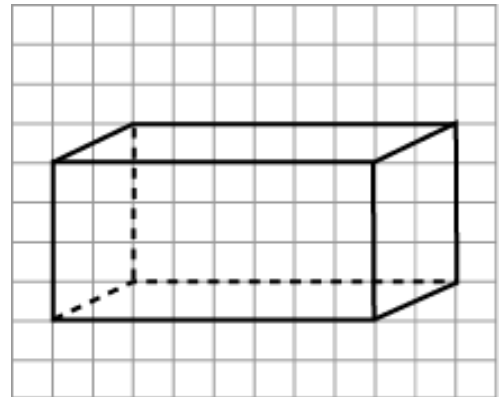


Рис. 21

Ответ. Искомый параллелепипед изображен на рисунке 21.

13. На клетчатой бумаге изобразите правильную шестиугольную пирамиду, четыре ребра которой изображены на рисунке 22.

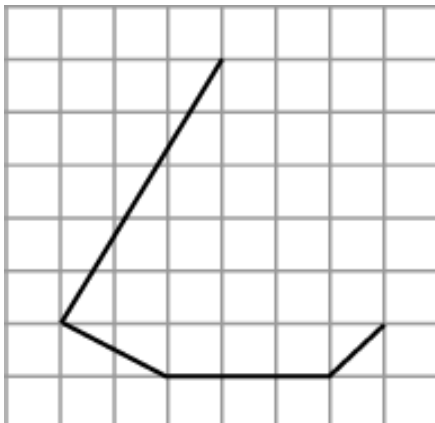


Рис. 22

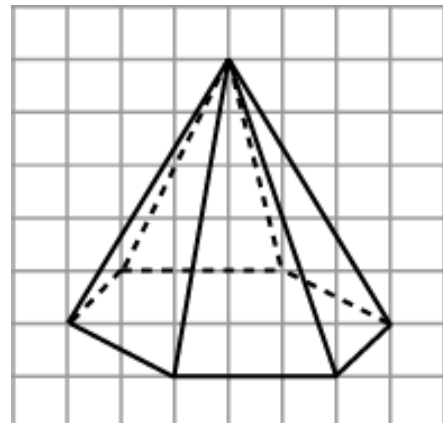


Рис. 23

Ответ. Искомая пирамида изображена на рисунке 23.
 14. На рисунке 24 укажите развёртки куба.

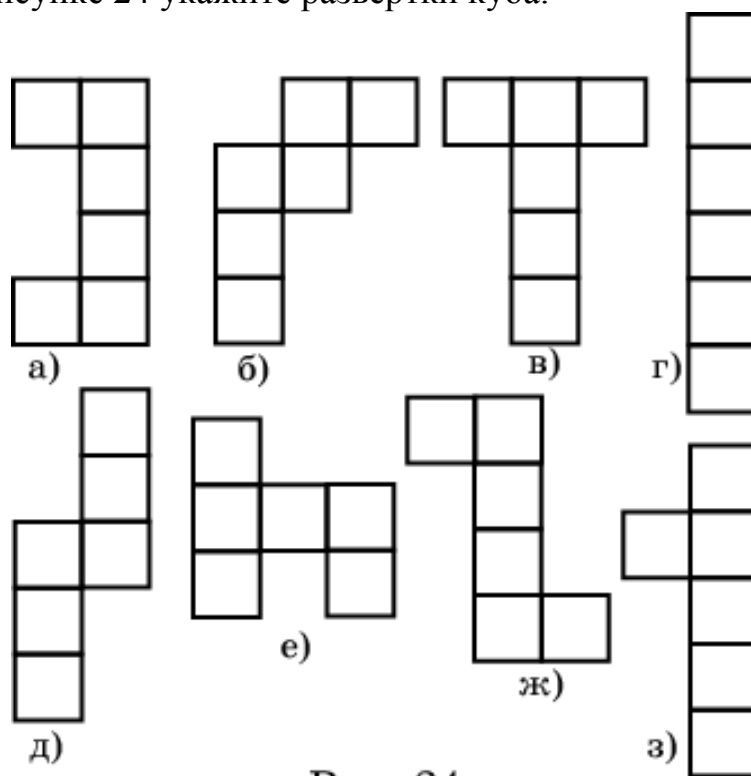


Рис. 24

Ответ. в), д), ж).

15. На клетчатой бумаге изобразите куб аналогично данному на рисунке 25. Отметьте центры граней куба. Вершинами какого правильного многогранника они являются?

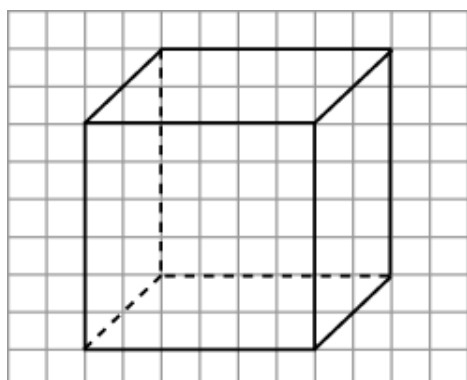


Рис. 25

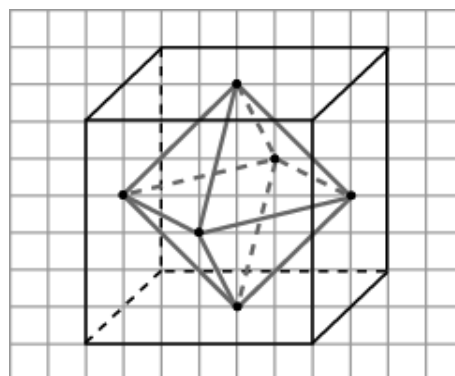


Рис. 26

Ответ. Искомым многогранником является октаэдр (рис. 26).

16. Сколько тетраэдров изображено на рисунке 27?

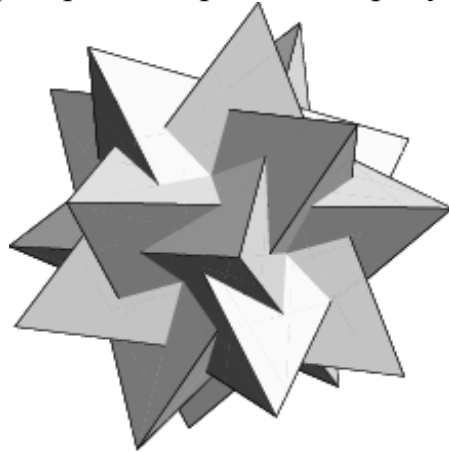


Рис. 27

Ответ. 5.

17. Найдите объём многогранника, изображённого на рисунке 28, составленного из прямоугольных параллелепипедов.

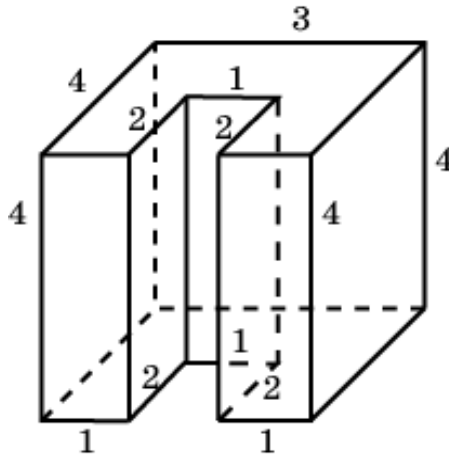


Рис. 28

Ответ. 56.

18. На координатной плоскости нарисуйте ломаную, вершины которой имеют координаты: $(0, 0)$, $(-1, 1)$, $(-3, 1)$, $(-2, 3)$, $(-3, 3)$, $(-4, 6)$, $(0, 8)$, $(2, 5)$, $(2, 11)$, $(6, 10)$, $(3, 9)$, $(4, 5)$, $(3, 0)$, $(2, 0)$, $(1, -7)$, $(3, -8)$, $(0, -8)$, $(0, 0)$. Очертания какой птицы она напоминает?

Ответ. Искомая ломаная изображена на рисунке 29. Она напоминает очертания страуса.

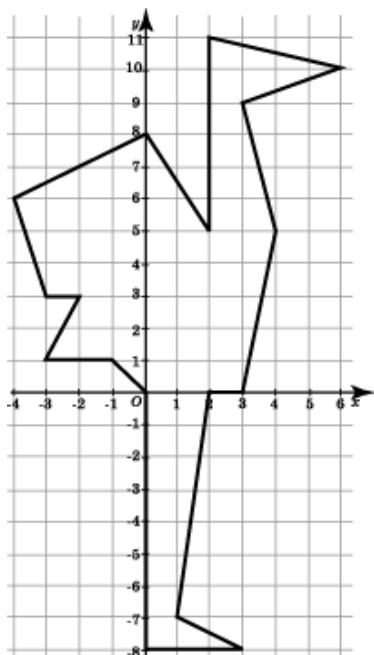


Рис. 29

19. Найдите координаты точки, полученной поворотом точки $A(2, 3)$ вокруг начала координат на угол 90° : а) против часовой стрелки; б) по часовой стрелке.

Ответ. а) $(-3, 2)$; б) $(3, -2)$.

20. На координатной плоскости нарисуйте четырёхугольник, вершины которого имеют координаты: $(-3, -3)$, $(1, -1)$, $(3, 3)$, $(-1, 1)$. Найдите его площадь.

Ответ. Искомый четырёхугольник изображен на рисунке 30. Его площадь равна 12.

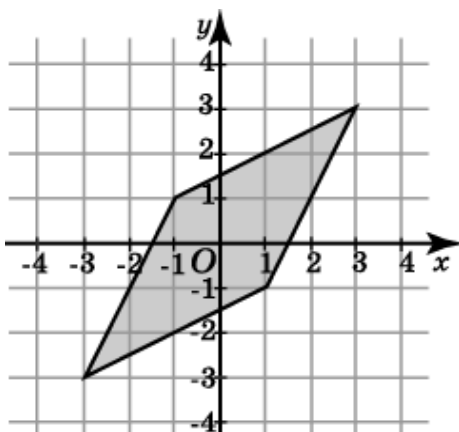


Рис. 30

Литература

1. Смирнов В.А., Смирнова И.М., Яценко И.В. Наглядная геометрия. – М.: МЦНМО, 2012.
2. Смирнов В.А., Смирнова И.М., Яценко И.В. Наглядная геометрия. Рабочие тетради № 1 – 4. – М.: МЦНМО, 2012.