И.М. Смирнова, В.А. Смирнов КАКОЙ БЫТЬ ГЕОМЕТРИИ В 5 – 6 КЛАССАХ Математика в школе. - 2013. - N 3. - C. 35 - 44.

Как это ни покажется странным, вопрос о том, какой должна быть геометрия в 5-6 классах, стал особенно актуален после включения геометрических задач в ГИА и ЕГЭ по математике. Именно тогда обнажились существенные пробелы в геометрической подготовке учащихся, ликвидировать которые невозможно просто подготовкой к ГИА и ЕГЭ. Нужна систематическая работа по учебникам геометрии на протяжении всего периода обучения, направленная на достижение результатов, соответствующих целям и задачам обучения геометрии в школе.

Сегодня в федеральных государственных образовательных стандартах изучение геометрии подразделяется на:

- наглядную геометрию в 5-6 классах;
- систематический курс планиметрии с элементами стереометрии в 7-9 классах;
- систематический курс стереометрии в 10-11 классах.

Важно определить цели обучения геометрии и каких результатов следует добиваться на всех этапах ее изучения.

Курс наглядной геометрии в 5-6 классах имеет давнюю и славную историю, которая насчитывает уже более ста лет. Кратко остановимся на некоторых ее страницах.

Первым российским учебником по начальному курсу геометрии стала книга барона М.О. Косинского "Наглядная геометрия" ([1]). В предисловии к своему курсу он подробно и убедительно поясняет цель и необходимость введения наглядных курсов геометрии: "В высшей степени важно сгладить переход от наглядного к отвлеченному, сделать его постепенным, начать с рассуждений, основанных на внешних чувствах, и только мало-помалу присоединять к ним рассуждения, заставляющие работать способности внутренние".

Работа М.О. Косинского оказала большое влияние на становление и развитие курса наглядной геометрии. Она открыла целую серию работ, в которую вошли учебники того времени М. Борышкевича ([2]), Е. Волкова ([3]), З.Б. Вулиха ([4]). Причем в этих учебниках видное место заняли задачи на построение изучаемых геометрических фигур, на основе которых изучались их свойства.

Большое внимание курсу наглядной геометрии было уделено на Первом и Втором всероссийских съездах преподавателей математики. Уже на первом пленарном заседании был заслушан большой доклад С.А. Богомолова "Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания". В нем автор подробно остановился на общем значении курса геометрии и его основных целях. В частности, он сказал ([5], том 1, с.25): "Что касается самих учащихся, то для них геометрия является

наиболее усвояемым и интересным отделом математики; преподавание облегчается И оживляется чертежами, призывом воображению ... геометрия имеет выдающееся значение, как предмет общего и специально-математического образования. Помимо сообщения начальных геометрических сведений, мы видим цель ее преподавания в развитии двух умственных способностей: интуиции пространства и логического мышления". В соответствии со сказанным С.А. Богомолов предложил разбить весь курс геометрии на две части, а именно: пропедевтическую и систематическую. Причем первая должна иметь целью развить пространственную интуицию накопление геометрических знаний. Учащиеся должны проделать в этом курсе тот путь, каким в глубокой древности шло человечество, закладывая основы геометрической науки. При этом самым широким образом надо использовать их способность пространственного воображения, постоянное упражнение должно служить лучшим средством к ее развитию. Более того, в пропедевтическом курсе необходимо отвести видное место так называемому лабораторному методу, экспериментированию всякого рода; последнее может происходить при помощи построений с простейшими геометрическими приборами, построений на клетчатой бумаге, вырезания и накладывания фигур и т.п.

Одним из самых значительных выступлений по этому поводу был доклад А.Р. Кулишера "Начальный (пропедевтический) курс геометрии в средней школе. Его цели и осуществление" ([5], том 1, с.377-413). В нем прежде всего указаны недостатки систематического курса геометрии, основным из которых, с точки зрения докладчика, является то, что геометрии начинается поздно И не c пространственных фигур, а "ребенок живет главным образом в мире разного рода многогранников с прямыми, по большей части, углами, чаще всего в мире прямоугольных параллелепипедов, кубов и немногих круглых тел (причем ему известны, самое большее, названия куба и шара), мы склонны думать, как это подтверждается многочисленными наблюдениями преподавателей-практиков, что тела для детей "проще", чем прямые и плоскости" (там же, с. 380).

Охарактеризовав наиболее значимые пропедевтические курсы геометрии, А.Р. Кулишер предложил критерии, которым должен удовлетворять курс геометрии, чтобы его по праву можно было считать подготовительным курсом геометрии ([5], том 1, с.409):

- 1. Пропедевтический курс геометрии должен удовлетворять всем строгим требованиям общей дидактики, принимающей во внимание особенности того или иного возраста, и в силу этого основанной на разумной (не утрированной) самодеятельности учащихся.
- 2. Материал, изучаемый здесь, не должен быть очень велик. Все рассмотренное должно стать прочным достоянием учащихся и перейти при посредстве планомерной классной (отчасти домашней у ребенка работы) в область твердых навыков.

- 3. Слово должно сопутствовать всему тому, что выполняет мысль и рука учащегося.
- 4. Материал должен быть связан с теми пространственными представлениями, которые ребенок вынес или может вынести из повседневного опыта, а также с некоторыми сторонами строительного и инженерного искусства и творений природы.
- 5. Изучаемые объекты должны быть связаны известной зависимостью; возникновение новых образов из старых весьма важно. Образы трех измерений должно целесообразно сочетать с изображением фигур на плоскости.
- 6. На материале должны влиять, в известной мере, приемы мышления новых геометров (текучесть геометрических образов).
- 7. В нем должны всплывать рассуждения и обобщения (особенно в заключении) доказательного характера.
- 8. Тщательно продуман должен быть переход от начального курса к следующей части занятий геометрией.

Следует специально подчеркнуть, что автор не только провозгласил эти тезисы, но и полностью реализовал их в блестящей серии своих последующих работ, среди которых "Начальный курс геометрии в средней школе" ([6]), а также: Учебник геометрии. Часть І. Курс подготовительный. - Спб.; 1914; Методика и дидактика подготовительного курса геометрии. - Петроград; 1918.

Еще одним выдающимся вкладом в постановку курса наглядной геометрии был курс А.М. Астряба ([7]). В предисловии автор говорит о том, что наиболее сложным и трудным является развитие у детей геометрических представлений и изучение пространственных фигур, поэтому курс начинается с изготовления простейших тел - куба, прямоугольного параллелепипеда, цилиндра, пирамиды, конуса. Затем рассматриваются свойства каждой представленной фигуры. Этому посвящена вся первая часть книги. Во второй части изучаются плоские фигуры - прямая, угол, окружность и круг, треугольник, прямоугольник и квадрат. В заключительную, третью часть, включены вопросы измерения геометрических величин - вычисление площадей и объемов. В основу разработки данного курса автором были положены следующие соображения (там же, с. 5):

Первой стадией познания геометрических форм является непосредственное восприятие их, поэтому необходимо, чтобы в нем принимали участие не только глаза, дети должны лепить и рисовать, измерять и клеить, накладывать и разрезать.

Второй стадией психологического процесса познания геометрической формы является возникновение в детском сознании геометрических образов.

Наконец, в третьих, внимание и интерес у детей могут поддерживаться только в случае, когда курс будет согласован с особенностями детской природы - деятельной и творческой.

К данному курсу автором был написан специальный задачник ([8]). Вот примеры нескольких наиболее типичных заданий из него:

- Назовите несколько предметов, имеющих форму прямоугольной призмы.
- Приходилось ли вам когда-нибудь сидеть внутри прямоугольной призмы?
 - Вырежьте из картофеля или мыла прямоугольную призму.
- Я дам каждому из вас 12 палочек. Склейте воском концы их так, чтобы получилась прямоугольная призма.
 - Нарисуйте на бумаге вашу призму, сделанную из палочек.

Дальше ребятам предлагается склеить из данных разверток различные многогранники, в частности, среди которых все пять правильных многогранников и догадаться, почему они получили такие названия: тетраэдр, гексаэдр (куб), октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Идеи о преподавании курса наглядной геометрии А.М. Астряб развил и изложил в своей "Методике преподавания наглядной геометрии" (которая вошла специальной отдельной главой в известный учебник Н.М. Бескина [9]). В ней определены цели изучения данного курса. Наиболее важной из них является то, что этот курс, во первых, является подготовительным к изучению систематического курса. Ученики в младших классах должны конкретизировать и накапливать сведения о геометрических фигурах, как плоских, так и пространственных. Вовторых, этот курс является практическим. Он призван вооружить учащихся практическими знаниями геометрии. Например, дать им представления о различных углах и способах их измерения, вычислении площадей и объемов, нахождения расстояний, в том числе, до недоступных предметов и т.п.

А.М. Астрябом были выделены особенности преподавания курса наглядной геометрии, который должен быть:

- а) конкретным, "созерцательным";
- б) активным, т.е. ученики должны не только внешне смотреть на геометрическую фигуру, но уметь нарисовать ее, склеить из развертки (если это возможно), уметь сознательно анализировать ее свойства;
- в) небольшим по объему, но строго последовательным и содержательным, т.е. не надо увлекаться стремлением дать ученикам как можно больше сведений из геометрии в этом начальном курсе, это приведет к накоплению учениками легко забываемых, не связанных логически между собой фактов;
- г) практическим, в том смысле, чтобы реализовать вторую цель изучения наглядной геометрии, о которой мы говорили выше;
- д) развивающим логическое мышление учащихся, в курсе наглядной геометрии нельзя ограничиваться только интуитивным восприятием, ученики должны не только созерцать, но и мыслить;
 - е) развивающим пространственные представления учащихся.

Цели обучения геометрии в 5-6 классах должны:

- быть согласованными с общими целями обучения геометрии;
- соответствовать возрастным особенностям учащихся;

Цели обучения геометрии в 5-6 классах:

- 1. Познакомить с плоскими и пространственными геометрическими фигурами, их элементами, названиями, простейшими свойствами, не предполагающими доказательств.
- 2. Познакомить с понятиями геометрического места точек, симметрии, прямоугольной системой координат.
- 3. Научить изображать плоские и пространственные геометрические фигуры, проводить простейшие дополнительные построения.
- 4. Научить изготавливать модели геометрических фигур и в том числе модели многогранников.
- 5. Познакомить с геометрическими величинами (длина, градусная величина угла, площадь, объем) и способами их измерения.
 - 6. Научить находить геометрические величины.

Литература

- 1. Косинский М.О. Наглядная геометрия: Для детей от 9 до 12 лет. 4-е изд. Спб.: Мартынов, 1902.
- 2. Борышкевич М. Курс элементарной геометрии с практическими задачами /Для городских училищ по программе Винницкого съезда учителей. 2-е изд. Киев; 1893.
- 3. Волков Е. Образовательный курс наглядной геометрии: Руководство для преподавателей начальных и городских школ и низших классов средних общеобразовательных заведений. Спб.: Колесов и Михин, 1873.
- 4. Вулих З.Б. Краткий курс геометрии и собрание геометрических задач: Руководство для городских и уездных училищ. Спб; 1873.
- 5. Труды I Всероссийского съезда преподавателей математики. Том 1, том 2, том 3. Спб.; 1913.
- 6. Кулишер А.Р. Начальный курс геометрии в средней школе. Спб.; 1914.
- 7. Астряб А.М. Наглядная геометрия (лабораторный метод изложения). Начальный курс. 6-е изд. М.-Л.: Гостехиздат, 1923.
 - 8. Астряб А.М. Задачник по наглядной геометрии. М.; 1924.
- 9. Бескин Н.М. Методика геометрии (с приложением главы "Методика преподавания наглядной геометрии" А.М.Астряба). М.-Л.: Учпедгиз, 1947, с. 255.