И.М. Смирнова, В.А. Смирнов

ПОСТРОЕНИЯ НА КЛЕТЧАТОЙ БУМАГЕ

Математика в школе 2011 № 5

Одной из важных целей обучения геометрии в школе является развитие конструктивных умений учащихся, включающих в себя умения изображать различные геометрические фигуры, проводить дополнительные построения.

Отсутствие задач на построение при обучении геометрии тормозит развитие геометрических представлений и, тем самым, существенно снижает качество обучения.

То, что геометрическим задачам на построение в школе уделяется недостаточно внимания, вызвано многими причинами, среди которых отметим следующие:

- для работы с циркулем и линейкой нужны специальные навыки;
- число задач на построение, которые учащиеся могут решить, весьма ограничено;
- само построение с помощью циркуля и линейки, как правило, является довольно громоздким и занимает много учебного времени;
- получаемый результат построения часто имеет большую погрешность;
- в связи с появлением компьютеров и графических редакторов снижается актуальность отработки навыков работы с циркулем и линейкой;
- геометрические задачи на построение отсутствуют в экзаменах по математике.

Из этого, конечно, не следует, что не нужно решать задачи на построение. Однако возможности таких задач для развития конструктивных умений учащихся явно ограничены.

Хорошим дополнением к задачам на построение с помощью циркуля и линейки могут служить задачи на изображение геометрических фигур на клетчатой бумаге. Предлагаемые задачи отличаются от традиционных задач на построение, которые проводятся с помощью циркуля и линейки. В каждой из них требуется построить геометрическую фигуру на клетчатой бумаге или найти геометрическое место точек с заданным свойством.

Для решения таких задач не требуется специальных инструментов, достаточно обычной тетради в клетку и карандаша или ручки. Все построения можно проводить «от руки» или с использованием линейки. При этом важным является не то, как аккуратно проведена та или иная линия, а то, как правильно указаны характерные точки (узлы клеток), через которые она проходит.

Здесь мы приведем примеры таких задач, относящихся к различным разделам геометрии. Более подробно они представлены в книге [1].

1. На рисунке 1 изобразите отрезок, длина которого равна $\sqrt{13}$ (стороны квадратных клеток равны 1).

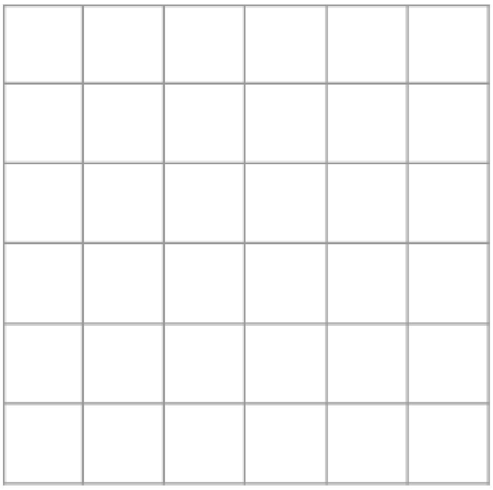

Рис. 1

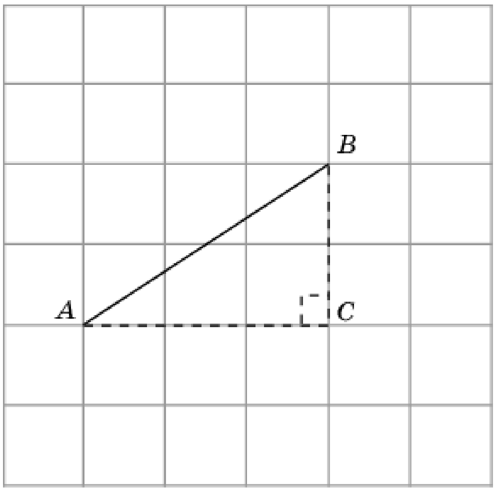

Рис. 2

Решение. Искомым отрезком является, например, отрезок *AB*, изображенный на рисунке 2. Действительно, в прямоугольном треугольнике *ABC* катеты *AC* и *BC* равны соответственно 3 и 2, следовательно, гипотенуза *AB* равна $\sqrt{13}$.

2. На рисунке 3 через точку *C* проведите прямую, параллельную прямой *AB*.

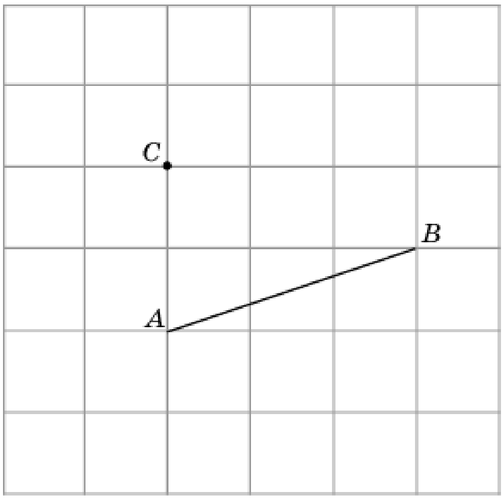

Рис. 3

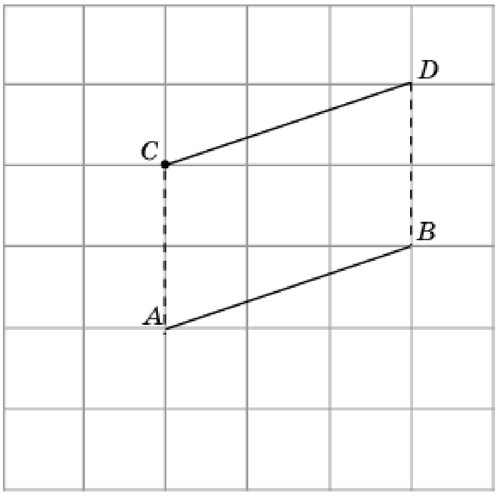

Рис. 4

Решение. Искомой прямой, проходящей через точку *C* и параллельной прямой *AB*, является прямая *CD*, изображенная на рисунке 4. Это следует из того, что в четырехугольнике *ABDC* стороны *AC* и *BD* равны и параллельны. Следовательно, этот четырехугольник – параллелограмм, значит, прямая *AB* параллельна прямой *CD*.

3. На рисунке 5 от луча *QP* отложите угол *PQR*, равный углу *AOB*.

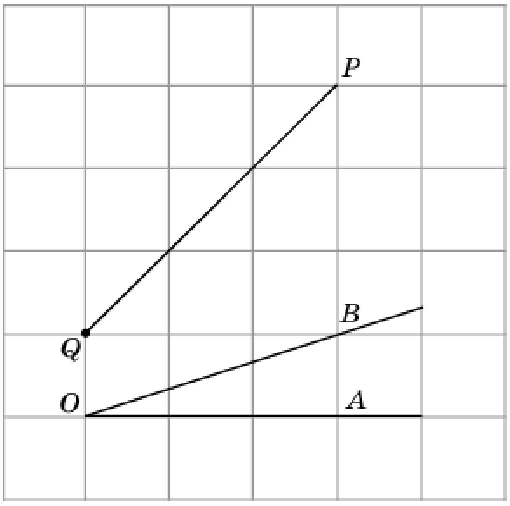

Рис. 5

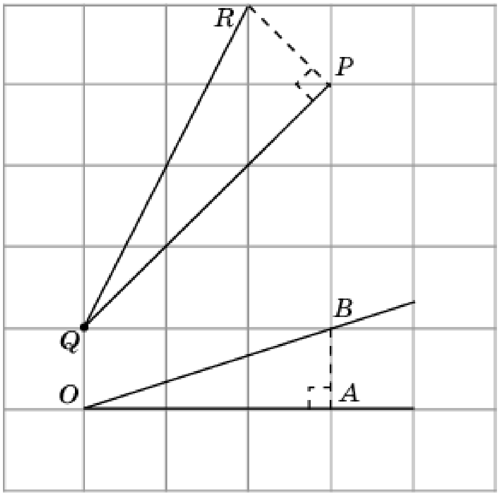

Рис. 6

Решение. Искомый угол *PQR* изображен на рисунке 6. Тангенсы углов *AOB* и *PQR* равны, следовательно, равны и сами углы *AOB* и *PQR*.

4. На рисунке 7 через точку *C* проведите прямую, перпендикулярную прямой *AB*.

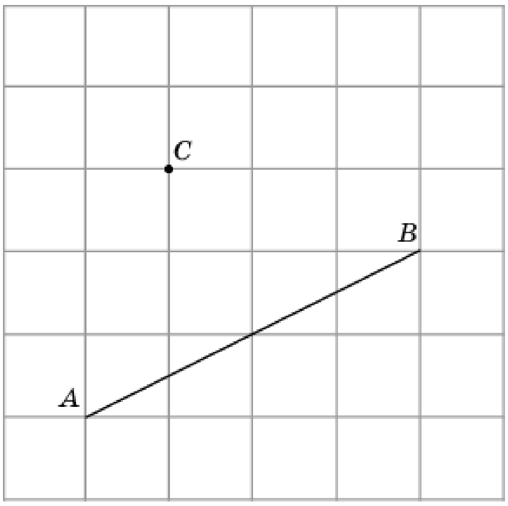

Рис. 7

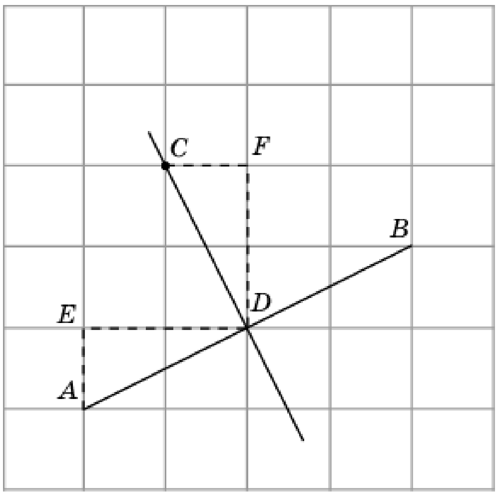

Рис. 8

Решение. Искомой прямой является прямая *CD* (рис. 8). Действительно, прямоугольные треугольники *ADE* и *CDF* равны по двум катетам, значит, угол *ADE* равен углу *CDF*. Следовательно, угол *ADC* равен углу *EDF*, т.е. равен 90°. Таким образом, прямые *AB* и *CD* перпендикулярны.

5. На прямой *c* (рис. 9) отметьте точку *C*, равноудаленную от заданных точек *A* и *B*.

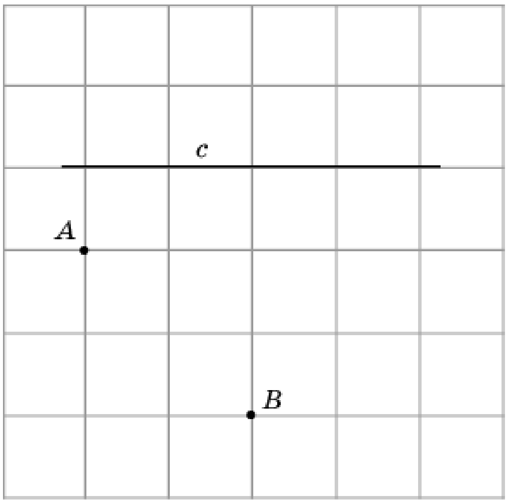

Рис. 9

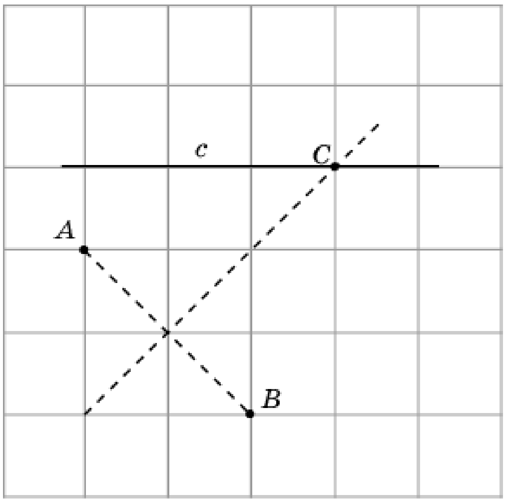

Рис. 10

Решение. Геометрическим местом точек, равноудаленных от точек *A* и *B*, является серединный перпендикуляр к отрезку *AB*. Искомой точкой *C* является точка пересечения этого перпендикуляра с прямой *c* (рис. 10).

6. На прямой *c* (рис. 11) отметьте точку *C*, равноудаленную от сторон угла *AOB*.

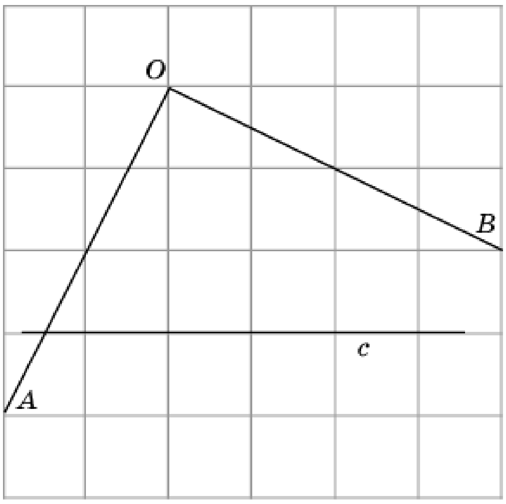

Рис. 11

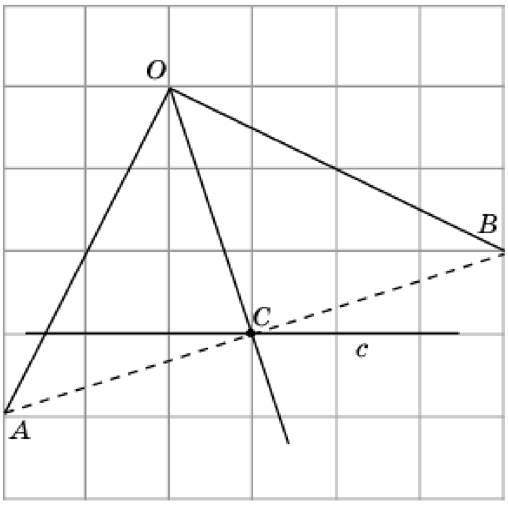

Рис. 12

Решение. Геометрическим местом внутренних точек угла, равноудаленных от его сторон, является биссектриса этого угла (рис. 12). Треугольник *AOB* – равнобедренный (*OA* = *OB*). Следовательно, биссектриса угла *AOB* проходит через середину отрезка *AB*. Искомой точкой *C* будет точка пересечения этой биссектрисы с прямой *c*.

7. Изобразите параллелограмм, тремя вершинами которого являются указанные на рисунке 13 точки. Сколько решений имеет задача?

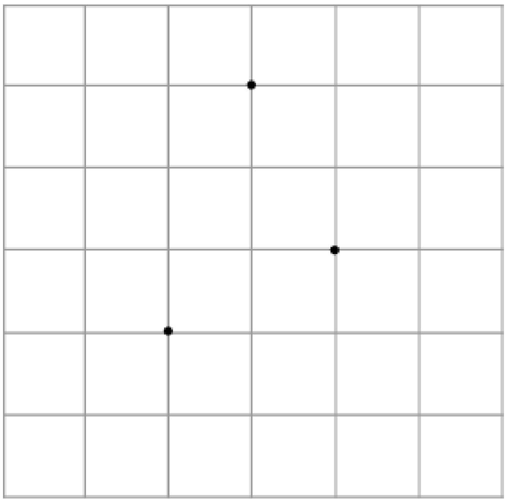

Рис. 13

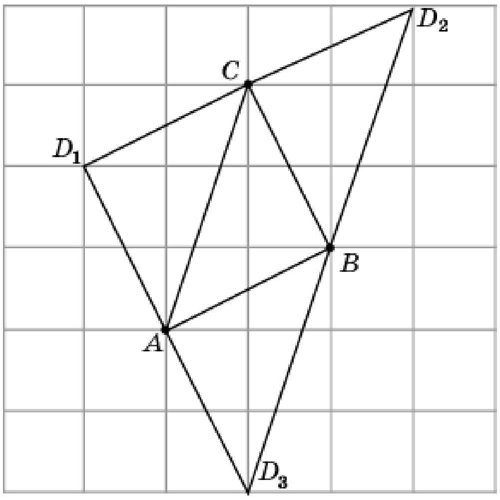

Рис. 14

Решение. Искомыми параллелограммами являются $ABCD_1$, ABD_2C, $ACBD_3$ (рис. 14). Задача имеет три решения.

8. Отметьте центр окружности, описанной около равнобедренной трапеции *ABCD* (рис. 15).

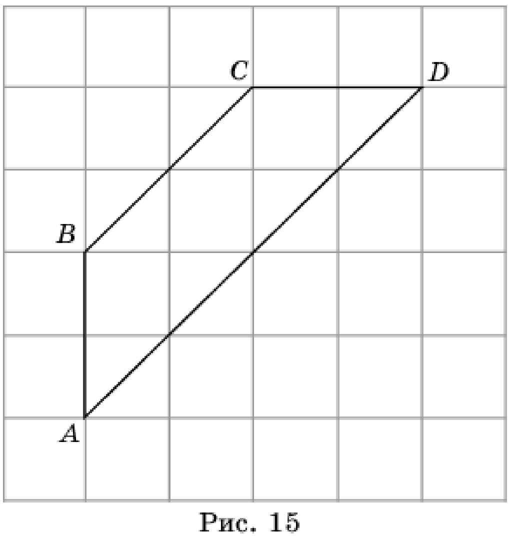

Рис. 15

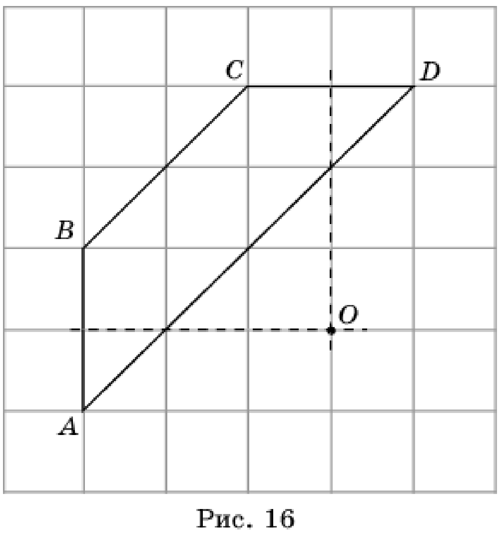

Рис. 16

Решение. Центром окружности, описанной около равнобедренной трапеции *ABCD*, служит точка *O*, равноудаленная от ее вершин (рис. 16). Она является точкой пересечения серединных перпендикуляров к сторонам *AB* и *CD* трапеции.

9. Отметьте центр окружности, вписанной в треугольник *ABC* (рис. 17).

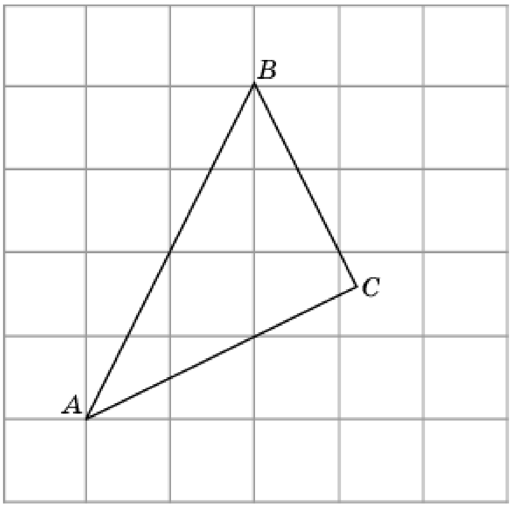

Рис. 17

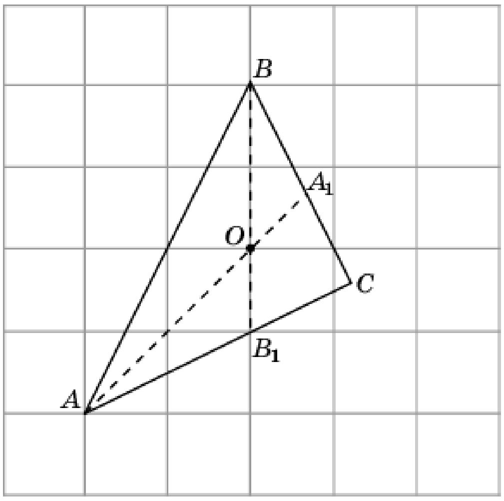

Рис. 18

Решение. Центром окружности, вписанной в треугольник *ABC*, является точка *O* пересечения биссектрис AA_1 и BB_1 этого треугольника (рис. 18).

10. Отметьте центр окружности, вписанной в квадрат *ABCD* (рис. 19).

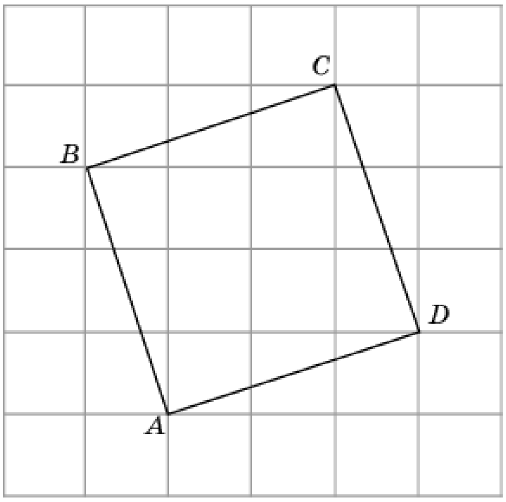

Рис. 19

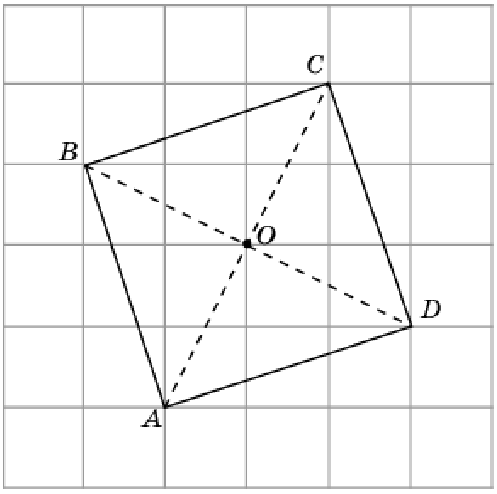

Рис. 20

Решение. Центром окружности, вписанной в квадрат, является точка *O* пересечения диагоналей этого квадрата (рис. 20).

11. Изобразите отрезок *A'B'*, симметричный отрезку *AB* относительно прямой *c* (рис. 21).

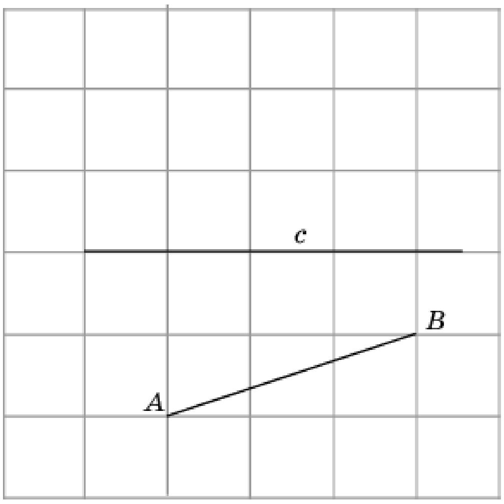

Рис. 21

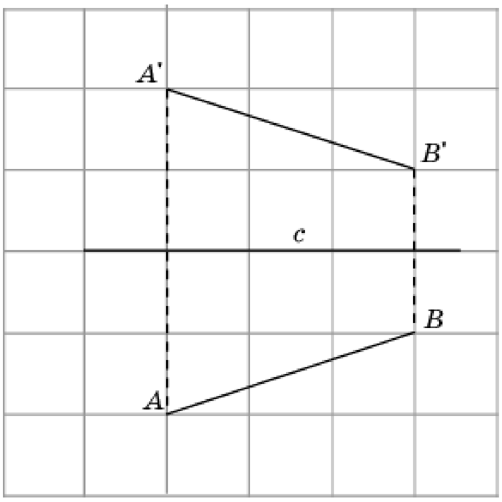

Рис. 22

Решение. Искомый отрезок *A'B'* изображен на рисунке 22.

12. Изобразите треугольник *A'B'C'*, симметричный треугольнику *ABC* относительно точки *O* (рис. 23).

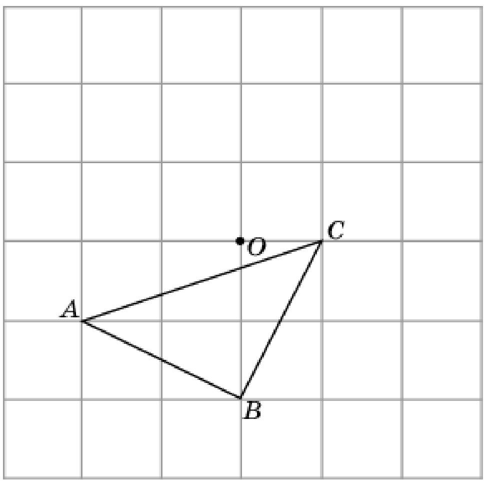

Рис. 23

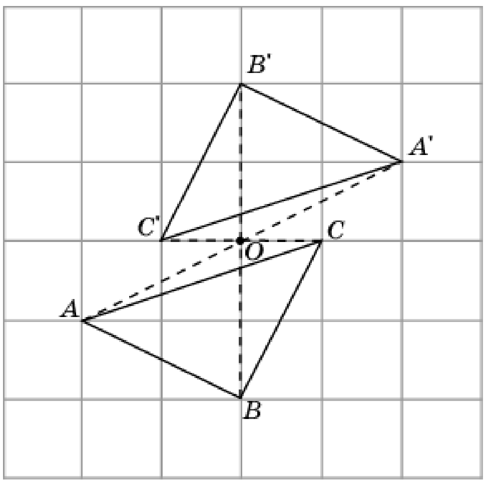

Рис. 24

Решение. Искомый треугольник *A'B'C'* изображен на рисунке 24.

Литература

1. Смирнова И.М., Смирнов В.А. Геометрия на клетчатой бумаге. – М.: МЦНМО, 2009.