

Организация метапредметной деятельности старшекласников при обучении геометрии¹

В действующих федеральных государственных стандартах начального общего образования, основного общего образования и среднего общего образования установлены требования к результатам освоения соответствующих программ. Наряду с личностными и предметными, выделены метапредметные требования [6, с. 7]. К ним, помимо межпредметных понятий, универсальных учебных действий (три из четырёх, это регулятивные, познавательные, коммуникативные, без личностных), отнесены также самостоятельность обучающихся в организации своей учебной деятельности, учебного сотрудничества не только с педагогами, но и своими сверстниками, построение индивидуального образовательного маршрута.

В настоящее время, довольно, часто, стало даже модным, современным использовать известный афоризм:

«Скажи мне, и я забуду.
Покажи мне, и я запомню.
Дай мне действовать самому,
и я научусь»
(Конфуций)

Заметим, что без предварительных «Скажи» и «Покажи» вряд ли состоится какой-то качественный результат деятельности.

Начнём с практического примера. Рассмотрим многогранник, который называется «ромбододекаэдр» (рис. 43.1).

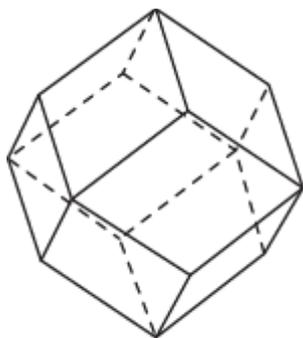


Рис. 43.1

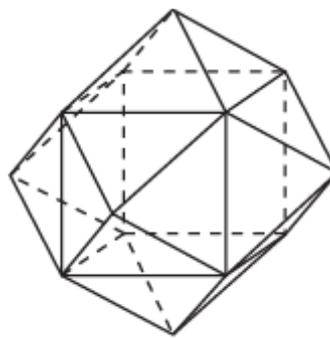


Рис. 43.2

Это двенадцатигранник, у которого все грани – равные ромбы. Его очень легко представить. Возьмём два равных куба и один из них разобьём на шесть равных пирамид. Их основаниями являются грани куба, а вершина общая, это – центр куба. Приложим эти пирамиды к граням другого куба таким образом, чтобы основания пирамид совместились с соответствующими гранями куба. Получится ромбододекаэдр (рис. 43.2).

¹ Наука и школа. – 2018. – № 3. – С. 17-23.

Задача. Можно ли равными ромбододекаэдрами заполнить всё пространство?

Другими словами, в задаче говорится о построении пространственного паркета из ромбододекаэдра. Ответ положительный: «Да, можно».

Проведём такой мысленный эксперимент. Заполним пространство равными кубами. Затем отметим их в шахматном порядке. Например, мысленно окрасим в чёрный и белый цвета. К граням каждого, например, чёрного куба прилегают шесть белых кубов. Каждый из этих белых кубов разобьём на шесть равных пирамид (как мы это сделали выше при представлении ромбододекаэдра), и присоединим эти пирамиды к прилежающим к ним отмеченным кубам. При этом каждый отмеченный куб достроится до ромбододекаэдра.

Для тех, кто хочет ещё с этим «повозиться», подумайте и нарисуйте многогранник, вершинами которого являются центры симметрий граней ромбододекаэдра, т. е. точки пересечения их диагоналей. Как он называется? Сколько у него вершин, рёбер и граней, каких граней?»

Вопрос: «Можно ли рассмотрение такой проблемной ситуации, решение такой задачи охарактеризовать, как организацию метапредметной деятельности?»

Родовое понятие здесь «деятельность», кратко структуру, которой можно представить следующим образом:

Потребность → Мотив → Цель → Действия → Результат.

Классическая теория деятельности, деятельностного подхода широко представлена в трудах наших великих предшественников, таких как Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов, А. Н. Леонтьев, С. Л. Рубинштейн, А. А. Столяр, Л. М. Фридман и многих, многих других.

Напомним, что в учебно-методической литературе выделяются следующие основные видовые понятия деятельности: познавательная деятельность (ПД); учебная деятельность (УД); учебно-познавательная деятельность (УПД).

Условно их взаимосвязь можно представить так: $УПД \subset УД \subset ПД$.

Знак « \subset » означает «включает», «содержит». Таким образом, самым общим, или «широким», понятием в данном случае является познавательная деятельность, а самым «узким» - учебно-познавательная деятельность.

Вопрос: «В какое же место этой схемы следует определить, вписать метапредметную деятельность?»

Как известно, «мета» означает «за», «через», «над». Как правило, когда говорят об этом, ссылаются на историков, которые назвали первым метапредметом «Метафизику» Аристотеля (IV век до нашей эры). Это название буквально означает то, что «после физики». Заметим, что сам учёный назвал своё сочинение «Первая философия», и в нём изложил учение об основных принципах бытия, а позже этот труд и был назван «Метафизика» [5, с. 7].

За прошедшее время появились различные термины с приставкой «мета». Назовём некоторые из них, как сейчас принято говорить, ключевые слова, связанные с обозначенной темой: метапредметная деятельность; метапредмет; метапредметное занятие; метасодержание; метазнания; метапонятия; метатема; метаметоды; метанавыки; метакомпетенции; метапредметные требования и т. п.

В данном случае особый интерес представляют метапредметные требования к результатам освоения образовательных программ, которые, как было отмечено выше, прописаны в соответствующих федеральных государственных образовательных стандартах начального общего образования, основного общего образования и среднего общего образования.

Ясно, конечно, что метапредметная деятельность не должна сводиться только к формированию универсальных учебных действий (УУД). Важно, что вместе с «мета», есть и слово «предметная», т. е. в организации такой деятельности нужно исходить из конкретного предмета, опираться на него.

Таким образом, в учебно-познавательной деятельности, где особо выделяется *математическая деятельность*, в неё, в качестве составной части, встраивается *метаматематическая деятельность*.

Чтобы дойти до сути в любом методическом вопросе, мы для себя выделяем соответствующие *критерии*, которыми нужно руководствоваться. Это, так сказать, пункт отправления. Например, в работе [1] выделены критерии отбора содержания для предметных (математических) курсов по выбору. В силу своих специфических особенностей, на занятиях таких курсов создаются благоприятные условия для организации метапредметной деятельности обучающихся

Интересно, заметить, что, по долгу службы, мы часто общаемся с психологами и очень много полезного почерпнули из бесед с ними. В частности, при разработке некоторых практических, конкретных критериев, принципов, частей, параметров, компонентов, рекомендаций и так дальше, нам советовали не увлекаться их количеством. Оптимально выделить 3-4 такие единицы, которыми, действительно, можно руководствоваться. Следуя этому совету, выделим три следующих критерия.

I. Критерий реализации принципа преемственности обучения. Это, довольно, значимый критерий. Ведь нам есть, чем гордиться. Отечественной школой накоплен уникальный опыт, в том числе, по внеклассной работе, или, как её сейчас принято называть, внеурочной деятельности по математике. Сколько же там собрано, переходя на современный язык, метасодержания и метаформ обучения математике. При этом заметим, что следует иметь в виду не просто содержание повышенной трудности математического материала, а содержание, имеющее принципиальное значение для понимания роли и места математики в окружающем нас мире, что, по праву, является метапредметным аспектом обучения математике.

Например, историки математики называют первой логической задачей задачу про «Волка, козу и капусту». Это старинная задача, которая встречается в сочинениях, начиная с VIII века. Заключается она в следующем.

Задача. Некий человек хочет перевезти в лодке на другой берег волка, козу и капусту. В лодке может поместиться только человек и с ним или волк, или коза, или капуста. Известно, что в присутствии человека эти «друзья» не едят друг друга, а без него волк съест козу, а коза – капусту. При этом человек справился с поставленной проблемой. Как он это сделал?

С точки зрения метапредметности, эту задачу можно охарактеризовать как метапредметную, т. к. при её решении «работают» общие приёмы математической деятельности.

Назову несколько фамилий выдающихся популяризаторов математической науки, которые должны звучать, должны оставаться с нами. Это: В. Г. Болтянский, М. Гарднер, Е. И. Ингатьев, Б. А. Кордемский, Я. И. Перельман, Г. Штейнгауз, О. Д. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом и многие, многие другие.

II. Критерий соответствия личности обучающихся. Сюда отнесём, во-первых, *индивидуальные особенности учащихся*. В психологии есть даже специальный раздел, который называется «Дифференциальная психология». В нём накоплен значительный материал, в том числе экспериментальный и описательный, о вариативности, как отдельных психических свойств человека (восприятия, внимания, воображения, памяти, мышления), так и сложных комплексных образованиях (характере, темпераменте, интересах, склонностях, мотивации и т. д.).

Во-вторых, это соответствие *возрастным особенностям* школьников. Поскольку в данном случае речь идёт о старшей ступени общего образования, то из анализа возрастных особенностей учащихся старших классов следует, что в содержание обучения по математике, в частности по геометрии, нужно включать такие метааспекты [1, с. 10].

1. Вопросы истории математики, жизни и творчества выдающихся учёных прошлого, исторические задачи и проблемы, решение которых внесло значительный вклад в развитие математики.

2. Философские вопросы математики, связанные с познанием окружающего нас мира, роли и места в этом познании математики.

3. Прикладные аспекты математики, приложение изученных теоретических методов и результатов к решению именно прикладных задач.

4. Некоторые вопросы современной математики, жизни и творчества современных учёных-математиков.

Следующей важной частью личностного критерия является *интерес учащихся к самой математике*.

Здесь очень важно отметить *неоднородность* этого интереса. Даже у школьников, которые называют математику любимым или одним из любимых предметов, интерес к ней весьма дифференцирован. Одни предпочитают алгебру, другие - геометрию, что связано, как мы знаем, с соответствующим

типом мышления. У ребят, которым больше нравится изучать геометрию, интерес к ней тоже разный. Анализ неоднократно проведённых соответствующих анкетирований показывает, что одним учащимся больше всего интересно решать геометрические задачи, другим - доказывать теоремы, третьи предпочитают приложения геометрии, а четвёртые увлекаются изготовлением моделей красивых геометрических фигур, например, многогранников.

Вывод. Учителю, при организации метапредметных занятий, конечно, нужно, опираясь на знание индивидуальных интересов своих учеников, выбирать соответствующую дозировку различных компонентов учебного материала.

III. Критерий открытости методической работы педагога. Этот критерий имеет важное значение с точки зрения организации таких метазаданий. Назовём основные *принципы* такой работы.

1. Направленность обучения на формирование для каждого школьника своего собственного индивидуального образовательного маршрута.

2. Вариативность обучения, т. е. предоставление каждому ученику возможность выбора учебного материала в соответствии со своими индивидуальными, возможностями, интересами, предпочтительными формами и методами работы. Для старших школьников можно предоставить большую самостоятельность в выборе как раз метапредметного материала, дополнительно осваиваемого в соответствии со своими запросами.

3. Валидность обучения, означающая достаточно высокую значимость метаматематического материала для достижения результатов обучения, решения задач образования, воспитания и развития.

4. Успешность обучения, понимаемая нами в том, что у каждого ученика должен быть свой, пусть маленький, но собственный успех в обучении. Успех рождает вдохновение, уверенность в своих силах. Задача учителя – помочь каждому своему ученику достичь такого своего успеха.

Открытость методической работы педагога означает, что речь идёт не только о понимании учениками целей обучения, но и о том, чтобы школьники представляли себе, почему, например, они рассматривают некоторую теорию или решают определённую задачу, или чем хорошо предложенное индивидуальное задание и т. д. Ученикам должно нравиться построение занятий, их основные этапы, техника проведения каждого из них.

На метапредметных занятиях учащиеся могут стать непосредственными участниками методической работы педагога, который подробно объясняет им цели своих методических действий, поступков, приёмов. То, что вызывает неодобрение, неприятие класса, должно уйти из учебного процесса. На таких занятиях ненавязчиво складывается благоприятная обстановка для настоящего сотрудничества между всеми участниками образовательного процесса.

Приведём пример из практики работы И. М. Смирновой в школе. «Несколько лет назад в своём старшем гуманитарном классе, я объявила ребятам, что мы вместе будем писать учебник по стереометрии, что без их

помощи (что соответствует действительности) хорошей книги не получится. Ребята активно включились в эту деятельность, ведь им предложили серьёзное, взрослое, нужное дело. Не жалею времени на объяснение своих действий, это способствует подключению всего класса к активной учебной деятельности и не жалею времени на то, чтобы помочь каждому ученику раскрыть себя. В том же классе (гуманитарном, историко-философском) три девочки не могли добиться значительных успехов на основных уроках. Но оказалось, что одна из них прекрасно делает модели многогранников, причём, ей удавались сложные – модели полуправильных и правильных звёздчатых многогранников (из развёрток и геометрического конструктора), другая любит решать дополнительные занимательные задачи, а третья имеет прекрасную домашнюю библиотеку и с удовольствием представляет классу замечательные книги по математике. При таких достижениях невозможно назвать этих учениц "слабыми", как это часто бывает в школе. Если школьник, действительно, почувствует к себе такое отношение, он будет потерян для обучения математике, и в результате пострадает и основное, базовое, геометрическое образование в целом. В нашем классе тоже была ученица, которая в начале 10-го класса даже не пыталась ничего понять, твёрдо уверовав в свою полную неспособность к геометрии. Однако постепенно мы смогли переломить эту ситуацию, и произошло это на дополнительных, как теперь назовём метапредметных, занятиях. Она смогла проявить себя в коммуникативной деятельности, оказавшись непревзойдённой рассказчицей интересных исторических математических экскурсов».

Это всё очень важно, т. к., как подчёркнуто в работе [3, с. 99] развитие личностных качеств обучающихся способствуют формированию у них творческих способностей. Проблема, которая является одной из приоритетных на современном этапе развития школьного образования.

Теперь вернёмся к задаче о заполнении пространства равными ромбододекаэдрами, представленной выше. Приведём соответствующее метапредметное содержание.

Во-первых, обращает на себя внимание тот факт, что форму этого многогранника придумал не сам человек, а создала природа в виде кристалла *граната*. Неслучайно этот многогранник даже получил название «*гранатоэдр*». Конечно, в связи с этим для старшеклассников, с одной стороны, занимательны истории драгоценных камней, легенды, связанные с ними, а с другой стороны, интересны и научные факты, которые изучаются, исследуются в специальной науке - кристаллографии. Почему, например, так привлекательны и красивы кристаллы? Их физические и химические свойства определяются их геометрическим строением. Заметим, что всегда очень успешно проходит метапредметное занятие «Кристаллы – природные многогранники».

В связи со сказанным, особо отметим, что значительный вклад в изучении форм кристаллов внесли работы выдающегося отечественного геометра и кристаллографа Е. С. Фёдорова. В 1890 году он строго

математически вывел все возможные геометрические законы сочетания элементов симметрии в кристаллических решётках, т. е. симметрии расположения частиц внутри кристаллов. Он показал, что таких законов 230. Впоследствии, в честь учёного, они были названы фёдоровскими пространственными группами симметрии.

В метапредметной деятельности очень важным этапом является развитие интуиции обучающихся, опирающейся на их наглядные представления. Поясним сказанное на примере. Представляя учащимся кристалл граната, предлагаем им задачи, решаемые из наглядных соображений.

Для начала можно предложить учащимся просто нарисовать ромбододекаэдр. Увлекательно! А потом рассмотреть такие задачи.

1. Подсчитайте число вершин (V), рёбер (P) и граней (Γ) ромбододекаэдра.

2. Имеются ли у ромбододекаэдра пары параллельных граней? Если да, сколько таких пар?

3. Сколько трёхгранных и четырёхгранных углов? Имеются ли другие многогранные углы?

4. Попробуйте определить величину двугранных углов ромбододекаэдра.

5. Определите величину углов между несмежными гранями четырёхгранных углов ромбододекаэдра.

(Ответы. 1. $V=14$, $P=24$, $\Gamma=12$. 2. Да; 6. 3. Соответственно 8 и 6; нет. 4. 120° . 5. 90° .)

Говоря об элементах симметрии кристалла граната, школьникам можно предложить следующие задачи, которые решаются, как и предыдущие, исходя из наглядных соображений.

1) Имеется ли у кристалла граната центр симметрии?

2) Имеются ли у кристалла граната оси симметрии? Если да, покажите их на модели ромбододекаэдра.

3) Сколько осей симметрии каждого типа?

4) Имеются ли у кристалла граната плоскости симметрии? Если да, сколько их?

(Ответы. 1), 2) Да. 3) 3 оси, проходящие через противоположащие вершины четырёхгранных углов; 4 оси, проходящие через противоположащие вершины трёхгранных углов; 6 осей, проходящих через центры симметрии противоположащих граней ромбододекаэдра. 4) Да; 9.)

Подчеркнём ещё раз, что представленные задачи решаются учащимися, исходя из наглядных соображений, а не строгих математических доказательств. Поэтому ответы являются, скорее предположениями о наличии или отсутствии тех или иных свойств данного многогранника. Вместе с тем, ценность этих упражнений заключается в том, что учащиеся знакомятся с формой и свойствами ромбододекаэдра на наглядной основе, тем самым ненавязчиво развивается их геометрическая интуиция.

Конечно, затем будут предложены и серьёзные задачи. Например.

1. Постройте ромбододекаэдр с помощью куба.
2. Найдите углы граней ромбододекаэдра.
3. Найдите длину ребра ромбододекаэдра, построенного из единичного куба.
4. Найдите площадь поверхности ромбододекаэдра, построенного из единичного куба.
5. Найдите объём ромбододекаэдра, построенного из единичного куба.
(Ответы. 2. $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $\alpha \approx 71^\circ$, где α - искомый угол. 3. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. 4. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. 5. $\frac{1}{4}$.)

Практический опыт работы в школе показывает, что такие метапредметные занятия, в нашем случае по геометрии, организованная на них метапредметная деятельность учащихся способствует активизации всего процесса обучения геометрии в целом.

Литература

1. Смирнова И. М. Критерии отбора содержания математических курсов по выбору // Наука и школа. – 2014. - № 3. – С. 7-13.
2. Смирнова И. М., Смирнов, В. А. Многогранники. Элективный курс. 10-11 классы: учебное пособие для общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2007.
3. Стулова Г. П. О формировании творческих способностей учащихся // Наука и школа. – 2015. - № 4. – С. 95-99.
4. Смирнова И. М. Педагогика геометрии. – М: Прометей, 2004. – С. 151-160.
5. Хуторской А. В. Метапредметный подход в обучении: научно-методическое пособие. – М.: Издательство «Эйдос»; Издательство Института образования человека, 2012. – 73 с.
6. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Министерство образования и науки Российской Федерации. – М.: Просвещение, 2011. – С. 7-10.