

И. М. Смирнова

ИЗ ИСТОРИИ НАГЛЯДНОЙ ГЕОМЕТРИИ

В условиях современной реформы школьного образования курс математики претерпевает весьма существенные изменения и, в первую очередь, это касается курса геометрии. На страницах приложения "Математика" начата очень своевременная и нужная дискуссия о преподавании школьной геометрии (см. газету «Математика» NN 34, 41, 43, 45/97, N 17/98). В предлагаемой статье речь пойдет о курсе геометрии для младших классов, к которому сейчас проявляется большой интерес. Совсем недавно я побывала на одном методическом семинаре, где обсуждались проблемы преподавания геометрии в реформируемой школе, новые школьные учебники, авторские программы и т. п. Велико было мое удивление, когда курс наглядной геометрии для младших классов стал выдаваться за совершенно новое и оригинальное явление наших дней. Вместе с тем этот курс является лишь относительно новым для российской школы и имеет давнюю и славную историю, которая насчитывает уже более ста лет. Кратко остановимся на некоторых ее страницах.

Методика наглядной геометрии в России началась в эпоху школьной реформы середины XIX века. Это было время общественного подъема, в котором педагогические вопросы занимали видное место. Достаточно вспомнить, что именно в это время было организовано Петербургское педагогическое общество, издается целый ряд педагогических журналов, среди которых "Педагогический сборник", "Учитель", "Народная школа", "Семья и школа", "Русский педагогический вестник", "Педагогический листок" и мн.др. В 1864 году принимается новый Устав школы, в котором были учреждены новые типы учебных заведений. В частности, появились двухклассные училища Министерства народного просвещения (которые с 1872 года стали называться городскими). Естественно, возник вопрос о введении в них начального подготовительного курса геометрии. Заметим, что этот курс на протяжении своего существования получал различные названия в зависимости от своей основной цели. Например, досистематический, подготовительный, приготовительный, пропедевтический. Из этих названий ясно, что курс геометрии младших классов должен был прежде всего готовить учащихся к изучению систематического курса геометрии. Авторы, которые хотели подчеркнуть особенности способов изложения начального курса геометрии, отвечающих возрастным особенностям учащихся, называли его интуитивным, наглядным, опытным, эмпирическим.

Первым российским учебником по начальному курсу геометрии стала книга барона М.О.Косинского "Наглядная геометрия" ([13]). Заметим, что он работал в Смольном институте, где трудился К.Д.Ушинский, и находился под большим влиянием идей великого русского педагога, в частности его книги для начального обучения "Детский мир". В предисловии к своему курсу Косинский подробно и убедительно поясняет цель и необходимость введения наглядных курсов геометрии. Он пишет: "В высшей степени важно сгладить переход от наглядного к отвлеченному, сделать его постепенным, начать с рассуждений, основанных на внешних чувствах, и только мало-помалу присоединять к ним рассуждения, заставляющие работать способности внутренние". В этой книге проявилась одна из существенных особенностей курсов наглядной геометрии, а именно построение его на принципе фузионизма (о нем мы рассказывали в статье [19]). В данном случае он означает слитное преподавание элементов планиметрии и стереометрии. Рассматриваемая книга начинается с изучения простейших пространственных фигур, "с протяжений о трех измерениях", на основе которых изучаются важнейшие понятия геометрии.

Работа М.О.Косинского оказала большое влияние на становление и развитие курса наглядной геометрии. Она открыла целую серию работ, в которую вошли учебники того времени М.Борышкевича ([4]), Е.Волкова ([5]), З.Б.Вулиха ([6]). Причем в этих учебниках видное место заняли задачи на построение изучаемых геометрических фигур, на основе которых изучались их свойства.

В это время (1872-1873) в Петербургском педагогическом обществе велась жаркая дискуссия по поводу построения, содержания, методов преподавания курса начальной геометрии (подробные отчеты и протоколы этой дискуссии напечатаны в журнале "Семья и школа" за 1873 год). И хотя полезность этого курса не вызывала никаких сомнений, его цели были понятными и общепризнанными, нашлось немало противников введения курса наглядной геометрии в реальную практику работы школы. Основная причина негативного отношения - перегрузка учебных планов и программ. В защиту пропедевтического курса геометрии выступили видные методисты-математики того времени В. А. Евтушевский, В. А. Латышев, А. Н. Страннолюбский.

Первый, например, высказал мнение о необходимости разработки учебников по наглядной геометрии трех типов, а именно:

а) для начальной школы;

б) курсы практического характера, направленные на подготовку к реальной жизни;

в) пропедевтические курсы по наглядной геометрии для подготовки к изучению систематического курса евклидовой геометрии.

В. А. Латышев разработал два вида начального курса геометрии: элементарный и элементарно-теоретический. Первый – это курс, носящий практический характер, в его основу кладутся прикладные аспекты геометрии в различного рода измерениях, вычислениях площадей, объемов, в съемке планов и т. п. Отсюда большое значение в этом курсе отводится геометрическим построениям с помощью циркуля и линейки. Вместе с тем Латышев говорит о том, что ученика нужно специально и постепенно готовить к овладению дедуктивным курсом геометрии. По его мнению, "рассмотрение форм должно предшествовать занятиям геометрией и составлять содержание пригготовительного курса геометрии".

А. Н. Страннолюбский вошел в историю российского просвещения не только как выдающийся педагог-математик, но и как неустанный поборник высшего женского образования. Любопытно, что именно у него брала уроки математики юная Софья Корвин-Круковкая (С. Ковалевская). Страннолюбский принял активное участие в дискуссии и отстаивал насущную необходимость введения курса наглядной геометрии в женских гимназиях.

Несмотря на все достижения, вопрос о постановке курса наглядной геометрии оставался открытым. Более того, наступил длительный период реакции. Новый министр просвещения Д. А. Толстой (1866-1880) заменил более-менее либеральный школьный Устав 1864 года. По новому Уставу приблизительно половина учебного времени тратилась на изучение древних языков и поэтому было резко сокращено число часов, отводимых на преподавание естественных наук, в том числе и на математику. Пропедевтический курс геометрии вообще был исключен из учебного плана.

Такое отношение к наглядному курсу геометрии продолжалось вплоть до конца XIX века. На рубеже XIX-XX столетий в образовании сложилась такая ситуация, когда, с одной стороны, педагогическая и методическая науки накопили много новых идей в теории обучения, а с другой стороны, имела место старая общеобразовательная система, не соответствующая достижениям педагогики и психологии, подвергающаяся резкой критике. Сложившееся противоречие, естественно, не могло не привести к новой реформе образования. Преобразования касались как всей системы обучения в целом, так и

обучения отдельным предметам. Особенно сильным изменениям подверглось преподавание математики. Ускорению школьной реформы во многом способствовала революция 1905 года. Своеобразным итогом движения за реформу образования стали исторические Всероссийские съезды преподавателей математики.

Первый съезд проходил в Петербурге с 27.12.1911 г. по 3.1.1912 г., а второй ровно через два года в Москве. На них впервые учителя и ученые-математики имели возможность обсудить важнейшие проблемы преподавания математики в школе. Поражает высокоавторитетный состав съездов. Достаточно назвать фамилии таких видных педагогов-математиков, как А. М. Астряб, Н. А. Извольский, А. Р. Кулишер, К. Ф. Лебединцев, С. И. Шохор-Троцкий и мн.др. Это позволило на высоком научно-методическом уровне подойти к решению вставших перед школой проблем. По-существу, съезды подытожили всю огромную работу в области преподавания математики в школе и выработали далеко идущие перспективные планы на будущее. Результаты съездов поражают обилием интересных идей, находок, решений проблем, многие из которых актуальны и в наши дни. Это непосредственно касается и обсуждаемой нами проблемы постановки пропедевтического курса геометрии, причем особый интерес представляет первый съезд.

Уже на первом пленарном заседании был заслушан большой доклад С. А. Богомолова "Обоснование геометрии в связи с постановкой ее преподавания". В нем автор подробно остановился на общем значении курса геометрии и его основных целях. В частности, он сказал ([20], том 1, с.25): "Что касается самих учащихся, то для них геометрия является наиболее усвояемым и интересным отделом математики; преподавание геометрии облегчается и оживляется чертежами, призывом к воображению ... геометрия имеет выдающееся значение, как предмет общего и специально-математического образования. Помимо сообщения начальных геометрических сведений, мы видим цель ее преподавания в развитии двух умственных способностей: интуиции пространства и логического мышления". В соответствии со сказанным С. А. Богомолов предложил разбить весь курс геометрии на две части, а именно: пропедевтическую и систематическую. Причем первая должна иметь целью развитие пространственную интуицию и накопление геометрических знаний. Учащиеся должны проделать в этом курсе тот путь, каким в глубокой древности шло человечество, закладывая основы геометрической науки. При этом самым широким образом надо использовать их

способность пространственного воображения, ее постоянное упражнение должно служить лучшим средством к ее развитию. Более того, в пропедевтическом курсе необходимо отвести видное место так называемому лабораторному методу, т. е. экспериментированию всякого рода; последнее может происходить при помощи построений с простейшими геометрическими приборами, построений на клетчатой бумаге, вырезания и накладывания фигур и т.п.

Таким образом, по мнению С. А. Богомолова, именно начальный курс геометрии должен носить фузионистский характер. Эта идея была поддержана и одобрена съездом и широко на нем обсуждена. Одним из самых значительных выступлений по этому поводу был доклад А. Р. Кулишера "Начальный (пропедевтический) курс геометрии в средней школе. Его цели и осуществление" ([20], том 1, с.377-413). В нем прежде всего указаны недостатки систематического курса геометрии, основным из которых, с точки зрения докладчика, является то, что изучение геометрии начинается поздно и не с рассмотрения пространственных фигур, а "ребенок живет главным образом в мире разного рода многогранников с прямыми, по большей части, углами, чаще всего в мире прямоугольных параллелепипедов, кубов и немногих круглых тел (причем ему известны, самое большее, названия куба и шара), мы склонны думать, как это подтверждается многочисленными наблюдениями преподавателей-практиков, что тела для детей "проще", чем прямые и плоскости" (там же, с.380). А.Р.Кулишер ссылается на пример весьма удачного сороколетнего опыта работы в данном направлении немецкого педагога П.Трейтлейна (известна его книга: Методика геометрии /Под ред. Ф. В. Филипповича. - Спб.; ч. I, 1912; ч. II, 1913), который предъявил следующие требования к начальному курсу геометрии:

1). Обучение в наших средних школах должно быть подразделено на две ступени: низшую и высшую.

2). Метод обучения на низшей ступени - это наглядное обучение геометрии: оно исходит из рассмотрения тел, откуда выводятся различные геометрические образы, их преобразования и создание новых; развитие самостоятельности учеников при помощи выполняемых ими действий - оценки на глаз, путем измерений (в том числе и на открытом воздухе), рисования, лепки и ручного труда; оно развивает способность к тонкому созерцанию и пространственному воображению и ведет от наглядного познания к доказательству и обоснованию познанного.

3). Обучение на высшей ступени имеет своей основой приобретенные раньше представления и воздвигает, постоянно прибегая к рассмотрению тел, научное здание элементарной геометрии, как образец дедуктивной науки.

На основе этих принципов Трейтлейн разработал один из лучших начальных курсов геометрии. Докладчик подробно представил его содержание, которое начинается с рассмотрения игральных костей. В живой непринужденной беседе, в которой принимает участие весь класс, выясняются основные свойства куба. Вот небольшой фрагмент этой беседы (там же, с.391): "Поставьте это тело (куб) на стол; придайте ему какое-нибудь другое положение! Придайте ему еще третье положение! Сколькими способами можно его поставить? Нельзя ли изготовить его из папки? Кто знает или видел кубы или похожие на куб предметы в другом месте?" (Это было общее знакомство). Далее следует рассмотрение поверхности: "Положите руку на поверхность куба, который будем держать как попало. Вы положите руку на другую грань поверхности. Что означает слово "поверхность"? Для отличия у меня имеется здесь шар". Сопоставляя шар и куб, ребята выясняют различие между их поверхностями. Потом на кубе демонстрируются взаимные расположения прямых и плоскостей в пространстве. Вслед за этим материалом идет изучение прямой призмы (с квадратом или прямоугольником в основании), прямого цилиндра и шара. Правильный тетраэдр рассмотрен вместе с равносторонним треугольником. Правильная пирамида - вместе с равнобедренным и прямоугольным треугольниками. Затем рассматривается параллелограмм, ромб, прямой конус и произвольный тетраэдр. Далее - сумма углов треугольника, усеченная пирамида и трапеция; четырехугольник; окружность. В конце курса рассматриваются площадь (параллелограмма, треугольника, трапеции, круга) и объем (прямой призмы, цилиндра, конуса, пирамиды). Введено понятие равновеликости (на примере прямоугольника и квадрата), представлена теорема Пифагора.

Заметим, что в рассматриваемом курсе начальной геометрии вопросы планиметрии и стереометрии чередуются, они перемешаны друг с другом.

Далее А. Р. Кулишер в своем докладе остановился на еще одном интересном и значительном, с его точки зрения, начальном курсе геометрии

В. Кемпбеля "Наглядная геометрия" ([11]). Эта книга начинается с представления простейших многогранников и их изготовления.

Первая фигура - куб (о нем разбирается 65 вопросов!). Это неслучайно, т. к. ребятам хорошо известна эта простейшая фигура, с раннего детства они с удовольствием включаются в различные игры с кубиками (вспомните соответствующие современные книги, например: Никитин Б. П. Ступеньки творчества или развивающие игры. - 3-е изд. - М.: Просвещение, 1989. - 160 с.). В предисловии к "Наглядной геометрии" В. Кемпбеля говорится, что основная задача курса видится в "приучении детей к наблюдению простых геометрических форм и соотношений между предметами, которые ежедневно попадают им на глаза, в обучении их употреблению простых инструментов для геометрических построений и ознакомлении их с разнообразными способами определения длины, площади и объема предметов".

После куба рассматриваются параллелепипед, призма, скошенная призма (боковые грани призма пересечены плоскостью, непараллельной основанию), пирамида, усеченная пирамида, скошенная пирамида (боковые грани пирамиды пересечены плоскостью, непараллельной основанию, цилиндр, конус. Для всех фигур рассмотрено их изготовление - моделирование. только после этого предлагаются плоские фигуры: углы, треугольники, четырехугольники, многоугольники, круги, правильные многоугольники; простейшие построения (деление пополам отрезка, угла, дуги; проведение перпендикуляров; построение угла, равного данному; описанные и вписанные окружности в треугольники и некоторые четырехугольники). Завершается курс измерением геометрических величин - площадями и объемами.

Обратим внимание на то, что в предлагаемом курсе принята другая, противоположная по отношению к традиционному курсу геометрии, последовательность изложения, а именно, сначала изучаются вопросы стереометрии, а затем планиметрии.

Охарактеризовав наиболее значимые пропедевтические курсы геометрии, А. Р. Кулишер высказал свою позицию по обсуждаемому вопросу. Он предложил критерии, которым должен удовлетворять курс геометрии, чтобы его по праву можно было считать подготовительным курсом геометрии ([20], том 1, с.409):

1. Пропедевтический курс геометрии должен удовлетворять всем строгим требованиям общей дидактики, принимающей во внимание особенности того или иного возраста, и в силу этого основанной на разумной (не утрированной) самостоятельности учащихся.

2. Материал, изучаемый здесь, не должен быть очень велик. Все рассмотренное должно стать прочным достоянием учащихся и перейти

при посредстве планомерной классной (отчасти домашней у ребенка работы) в область твердых навыков.

3. Слово должно сопутствовать всему тому, что выполняет мысль и рука учащегося.

4. Материал должен быть связан с теми пространственными представлениями, которые ребенок вынес или может вынести из повседневного опыта, а также с некоторыми сторонами строительного и инженерного искусства и творений природы.

5. Изучаемые объекты должны быть связаны известной зависимостью; возникновение новых образов из старых весьма важно. Образы трех измерений должно целесообразно сочетать с изображением фигур на плоскости.

6. На материале должны влиять, в известной мере, приемы мышления новых геометров (текучесть геометрических образов).

7. В нем должны всплывать рассуждения и обобщения (особенно в заключении) доказательного характера.

8. Тщательно продуман должен быть переход от начального курса к следующей части занятий геометрией.

Следует специально подчеркнуть, что автор не только провозгласил эти тезисы, но и полностью реализовал их в блестящей серии своих последующих работ, среди которых "Начальный курс геометрии в средней школе" ([14]), а также: Учебник геометрии. Часть I. Курс подготовительный. - Спб.; 1914; Методика и дидактика подготовительного курса геометрии. - Петроград; 1918.

Обратим внимание еще на одно выступление - доклад Н. А. Тамамшевой "О реформе преподавания математики. Общие положения и программы. Содержание курса математики за первые шесть лет обучения" ([20], том 2, с.140-162). Предложенная автором программа носила фузионистский характер, в ней произведено слияние всех разделов школьной математики - арифметики, алгебры и геометрии. В процессе обсуждения этого материала выяснилась одна из главных трудностей реализации идеи фузионизма, а именно: если рассматривать темы из различных разделов математики через большие промежутки времени, например полгода, то это неприемлемо по педагогическим соображениям, т. к. нарушается один из основных принципов - принцип непрерывности; если рассматривать более частую смену разделов математики, то появятся новые минусы - калейдоскопность, пестрота изучаемого материала. Слияние различных разделов математики может не только не дать положительных результатов, но, наоборот, привести к негативным

последствиям, к формальному, механическому соединению разнородного учебного материала. Программа Н. А. Тамамшевой получила одобрение только в части, которая касалась введения элементов наглядной геометрии и формирования пространственных представлений учащихся, начиная с первого года обучения.

Приведенные доклады вызвали очень большой интерес и отклик у слушателей и повлекли за собой широкие прения с многочисленными выступлениями. Эти обсуждения нашли отражения в резолюции съезда, где было сказано о необходимости введения пропедевтического курса наглядной геометрии. Этот курс должен содействовать более целесообразному изучению систематического курса геометрии, помогать правильному развитию мышления учеников и выработки "пространственной грамотности".

Всероссийские съезды преподавателей математики сыграли исключительно важную роль в решении рассматриваемой проблемы. К сожалению, не все стало возможным осуществить, т. к. вскоре началась первая мировая война, потом революция, тяжелые годы восстановления разрушенного хозяйства. Тем не менее, в первые годы советской власти переиздавались лучшие дореволюционные учебники, задачки, методические пособия и т. п., в частности, и курсы наглядной геометрии. Например, был опубликован курс А. М. Астряба ([1]). В предисловии автор говорит о том, что наиболее сложным и трудным является развитие у детей геометрических представлений и изучение пространственных фигур, поэтому курс начинается с изготовления простейших тел - куба, прямоугольного параллелепипеда, цилиндра, пирамиды, конуса. Затем рассматриваются свойства каждой представленной фигуры. Этому посвящена вся первая часть книги. Во второй части изучаются плоские фигуры - прямая, угол, окружность и круг, треугольник, прямоугольник и квадрат. В заключительную, третью часть, включены вопросы измерения геометрических величин - вычисление площадей и объемов. В основу разработки данного курса автором были положены следующие соображения (там же, с.5):

Первой стадией познания геометрических форм является непосредственное восприятие их, поэтому необходимо, чтобы в нем принимали участие не только глаза, дети должны лепить и рисовать, измерять и клеить, накладывать и разрезать.

Второй стадией психологического процесса познания геометрической формы является возникновение в детском сознании геометрических образов.

Наконец, в-третьих, внимание и интерес у детей могут поддерживаться только в случае, когда курс будет согласован с особенностями детской природы - деятельной и творческой.

К данному курсу автором был написан специальный задачник ([2]). Вот примеры нескольких наиболее типичных заданий из него:

- Назовите несколько предметов, имеющих форму прямоугольной призмы.

- Приходилось ли вам когда-нибудь сидеть внутри прямоугольной призмы?

- Вырежьте из картофеля или мыла прямоугольную призму.

- Я дам каждому из вас 12 палочек. Склейте воском концы их так, чтобы получилась прямоугольная призма.

- Нарисуйте на бумаге вашу призму, сделанную из палочек.

Дальше ребятам предлагается склеить из данных разверток различные многогранники, в частности, среди которых все пять правильных многогранников и догадаться, почему они получили такие названия: тетраэдр, гексаэдр (куб), октаэдр, додекаэдр и икосаэдр.

Идеи о преподавании фузионистского курса наглядной геометрии А. М. Астряб развил и изложил в своей "Методике преподавания наглядной геометрии" (которая вошла специальной отдельной главой в известный учебник Бескина Н. М. [3]). В ней определены цели изучения данного курса. Наиболее важной из них является то, что этот курс, во-первых, является подготовительным к изучению систематического курса. Ученики в младших классах должны конкретизировать и накапливать сведения о геометрических фигурах, как плоских, так и пространственных. Во-вторых, этот курс является практическим. Он призван вооружить учащихся практическими знаниями геометрии. Например, дать им представления о различных углах и способах их измерения, вычислении площадей и объемов, нахождения расстояний, в том числе, до недоступных предметов и т. п.

А. М. Астрябом были выделены особенности преподавания курса наглядной геометрии, который должен быть:

а) конкретным, "созерцательным";

б) активным, т. е. ученики должны не только внешне смотреть на геометрическую фигуру, но уметь нарисовать ее, склеить из развертки (если это возможно), уметь сознательно анализировать ее свойства;

в) небольшим по объему, но строго последовательным и содержательным, т. е. не надо увлекаться стремлением дать ученикам

как можно больше сведений из геометрии в этом начальном курсе, это приведет к накоплению учениками легко забываемых, не связанных логически между собой фактов;

г) практическим, в том смысле, чтобы реализовать вторую цель изучения наглядной геометрии, о которой мы говорили выше;

д) развивающим логическое мышление учащихся, в курсе наглядной геометрии нельзя ограничиваться только интуитивным восприятием, ученики должны не только созерцать, но и мыслить;

е) развивающим пространственные представления учащихся.

Именно поэтому многие авторы курсов наглядной геометрии начинают их с рассмотрения пространственных фигур. Но такое построение на практике по прошествии многих лет опытной экспериментальной проверки выявило ряд существенных недостатков (там же, с.264): "одновременное изучение свойств плоских фигур и более сложных для восприятия пространственных объектов рассеивало внимание детей, лишало их возможности сосредоточивать все свое внимание на изучении какого-либо геометрического объекта. Оказалось, более целесообразным начинать изучение наглядной геометрии с простейших плоских фигур (прямой линии, прямого угла, прямоугольника), постепенно переходя к изучению более сложных пространственных тел: куба, прямоугольной призмы и т. д."

Заметим, что с плоских фигур начинается много известных курсов наглядной геометрии, например, [8], [21].

В курсах начальной геометрии, естественно, большое внимание уделяется наглядности: всевозможным рисункам, схемам, таблицам, чертежам, моделям, иллюстрациям и т. п.

В 20-е года у нас в стране очень увлеклись идеей "комплексов". Например, в математике, наряду с традиционными курсами, в комплексах стали изучаться элементы высшей математики - аналитической геометрии, начал математического анализа, начертательной геометрии, теории вероятностей. Позже это было признано ошибочным. В 1934 году было принято решение о создании трех ступеней школы: начальной, неполной средней и средней. Школа стала единой, все учащиеся должны были получить одинаковый объем знаний, что выразилось в создании единых программ и учебников. С одной стороны, это сыграло свою положительную роль, т. к. привело к созданию стабильных учебников, в частности по геометрии А. П. Киселева и задачника Н. А. Рыбкина. С другой стороны, было отброшено и много полезного, например, элементы высшей математики и фузионистский подготовительный курс геометрии.

В итоге передовой дореволюционный опыт долгое время не использовался, только сейчас начинается возрождение таких курсов наглядной геометрии. А связующим звеном между прошлым и настоящим являются две замечательные работы авторов П. А. Карасева ([10]) и А. М. Пышкало ([18]). Автор первой названной работы считал, что в отличие от "геометрического материала" в младших классах "наглядная геометрия" (которую он называл также интуитивной) не должна быть придатком к арифметике, вырождаясь в изучение мер длины, площади и объема. Им был разработан "наглядный метод" изучения геометрии в младших классах, в основу которого были положены "живое" созерцание, конструирование, моделирование, построения и измерения. Книга содержит оригинальные упражнения, например, с нитью, листом бумаги, палочками и т. п.

Большой заслугой А. М. Пышкало является выделение так называемых уровней геометрического развития, а именно ([18], с.7):

I. Исходный уровень - характеризуется тем, что геометрические фигуры воспринимаются как целое. Учащиеся не видят частей (элементов) фигуры, не воспринимают отношений между элементами фигуры и фигурами.

II. Учащиеся начинают различать элементы фигур, устанавливать отношения между этими элементами и отдельными фигурами, т.е. на этом уровне производится анализ воспринимаемых фигур. Это происходит в процессе (и с помощью) наблюдений, измерения, вычерчивания, моделирования. Свойства фигур устанавливаются экспериментально.

III. Учащиеся устанавливают связи между свойствами фигуры и самими фигурами. На этом уровне происходит логическое упорядочивание свойств фигуры и самих фигур. Выясняется возможность следования одного свойства из другого; уясняется роль определения.

IV. Учащиеся постигают значение дедукции в целом как способа построения и развития всей геометрической теории. Переходу на этот уровень способствует усвоение учащимися (понимание ими) роли и сущности аксиом, определений, теорем; логической структуры доказательства; анализа логических связей понятий и предложений.

V. Этот уровень мышления в области геометрии соответствует современному (гильбертовскому) этапу строгости. На этом уровне достигается отвлечение от конкретной природы объектов и конкретного смысла отношений, связывающих эти объекты. Человек, мыслящий на таком уровне, развивает теорию вне всякой конкретной

интерпретации. Геометрия здесь приобретает общий характер и более широкое применение.

Переход от одного уровня к другому не может происходить произвольным образом и зависеть только от возрастных особенностей школьников. Развитие, идущее к более высокому уровню геометрического развития, протекает в основном под влиянием обучения, т. е. прямо зависит от его содержания и методов. Конечно, никакая, даже совершенная методика, не дает возможности перескакивать через уровни, но все же переход от одного уровня к другому, время этого перехода во многом зависят от методики. Учащиеся младших классов должны достичь второго уровня геометрического развития. Ученым была разработана и представлена соответствующая система изучения геометрии в I-IV классах, причем он полагал, что процесс геометрического развития должен быть (там же, с.22):

- а) непрерывным (не допускать пропусков - периодов бездействия);
- б) равномерным (не допускать перегрузки на каких-то этапах);
- в) разнообразным (касаться многих сторон в изучении пространственных отношений).

Разнообразие, по мнению автора, нужно понимать в смысле одновременного ознакомления учащихся с двумерной и трехмерной геометрией.

К сожалению, эти работы по созданию самостоятельного подготовительного самостоятельного пропедевтического курса геометрии младших классов не нашли тогда должного понимания. В настоящее время в период новой реформы школьного образования возрождается интерес к курсу наглядной геометрии, и очень хотелось бы, чтобы его авторы помнили и не забывали славные традиции истории российской методики преподавания математики.

Литература

1. Астряб А. М. Наглядная геометрия (лабораторный метод изложения). Начальный курс. - 6-е изд. - М.-Л.: Гостехиздат, 1923.
2. Астряб А. М. Задачник по наглядной геометрии. - М.; 1924.
3. Бескин Н. М. Методика геометрии (с приложением главы "Методика преподавания наглядной геометрии" А.М.Астряба). - М.-Л.: Учпедгиз, 1947, с.255.
4. Бoryшкевич М. Курс элементарной геометрии с практическими задачами /Для городских училищ по программе Винницкого съезда учителей. - 2-е изд. - Киев; 1893.

5. Волков Е. Образовательный курс наглядной геометрии: Руководство для преподавателей начальных и городских школ и низших классов средних общеобразовательных заведений. - Спб.: Колесов и Михин, 1873.
6. Вулих З. Б. Краткий курс геометрии и собрание геометрических задач: Руководство для городских и уездных училищ. - Спб.; 1873.
7. Гольденблат И. И. К вопросу о пропедевтическом курсе геометрии //Математика в школе.-1959.-N 6.-С.28.
8. Извольский Н. А. Начальный курс геометрии. - М.: Школа, 1914.
9. Кавун И. Н. Начальный курс геометрии. Часть I (частьII). - 2-е изд. -Л.; 1924.
10. Карасев П. А. Элементы наглядной геометрии в школе: Пособие для учителей. - М.: Учпедгиз, 1955.
11. Кемпбель В. Наглядная геометрия: Пособие для обучения и самообучения /Пер. с англ. Е.Попова. - 2-е изд. - М.; 1910.
12. Колягин Ю. М. Русская школа и математическое образование. - Орел; 1996.
13. Косинский М. О. Наглядная геометрия: Для детей от 9 до 12 лет. - 4-е изд. - Спб.: Мартынов, 1902.
14. Кулишер А. Р. Начальный курс геометрии в средней школе. - Спб.; 1914.
15. Кутузов Н. Е. Наглядная геометрия: Для двухклассных школ. - 2-е изд. - М.: Сотрудник школы, 1915.
16. Ланков А. В. К истории развития передовых идей в русской методике математики: Пособие для учителей. - М.: Учпедгиз, 1951.
17. Прудников В. Е. Русские педагоги-математики XVIII-XIX веков: Пособие для учителей. - М.: Учпедгиз, 1956.
18. Пышкало А. М. Геометрия в I-IV классах (проблемы формирования геометрических представлений у младших школьников). - 2-е изд. - М.: Просвещение, 1968.
19. Смирнова И. М. Идея фузионизма в преподавании школьного курса геометрии //Математика (еженедельное приложение к газете "Первое сентября").-1998.-N 17.-С.1.
20. Труды I Всероссийского съезда преподавателей математики. Том 1, том 2, том 3. - Спб.; 1913.
21. Шохор-Троцкий С. И. Геометрия на задачах: Книга для учащихся. - М.: Сытин, 1909.