

**И.М. Смирнова, В.А. Смирнов**

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ  
СОДЕРЖАНИЕМ**

**2010**

## Введение

Данное пособие содержит двести геометрических задач с практическим содержанием, среди которых:

- задачи на нахождение расстояний с использованием теоремы Пифагора;
- задачи на нахождение углов;
- задачи, сводящиеся к нахождению длин дуг окружности;
- задачи на нахождение расстояний до недоступных объектов с использованием подобия;
- задачи на нахождение расстояний и углов с использованием табличных значений тригонометрических функций;
- задачи на нахождение площадей плоских и площадей поверхностей пространственных фигур;
- задачи на нахождение объемов пространственных фигур и др.

Решение геометрических задач с практическим содержанием позволяет:

- усилить практическую направленность изучения школьного курса геометрии;
- выработать необходимые навыки решения практических задач, умения оценивать величины и находить их приближенные значения;
- сформировать представления о соотношениях размеров реальных объектов и связанных с ними геометрических величин;
- выработать навыки работы с таблицами и другими справочными материалами;
- повысить интерес, мотивацию и, как следствие, эффективность изучения геометрии.

Предлагаемые задачи сопровождаются рисунками, позволяющими лучше понять условие, представить соответствующую геометрическую ситуацию, наметить план решения, при необходимости провести дополнительные построения и вычисления.

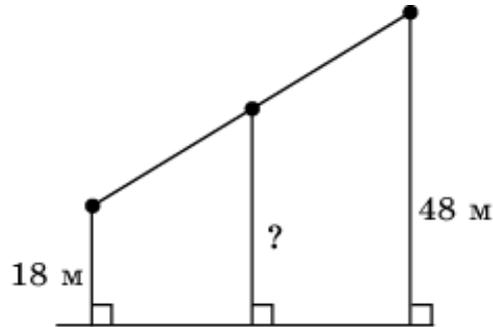
Во второй части пособия даны ответы и решения ко всем задачам. В качестве приложения приведена таблица приближенных значений тригонометрических функций.

Отметим, что в задачах с приближенным ответом разные решения могут приводить к различным приближенным ответам. Поэтому правильным считается не только ответ, указанный в пособии, но и приблизительно равный ему ответ.

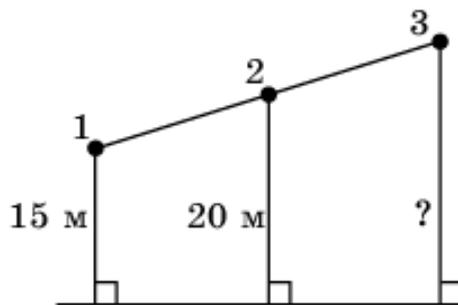
Пособие может быть использовано в качестве дополнительного сборника задач при изучении геометрии в 7-11 классах, при организации обобщающего повторения в 10-11 классах, в работе кружков, курсов по выбору или элективных курсов по геометрии, а также при подготовке к ГИА и ЕГЭ по математике.

### 1. Расстояния. Теорема Пифагора

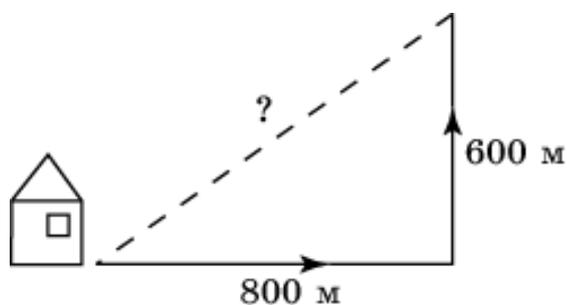
1. На одной прямой на равном расстоянии друг от друга стоят три телеграфных столба. Крайние находятся от дороги на расстояниях 18 м и 48 м. Найдите расстояние, на котором находится от дороги средний столб.



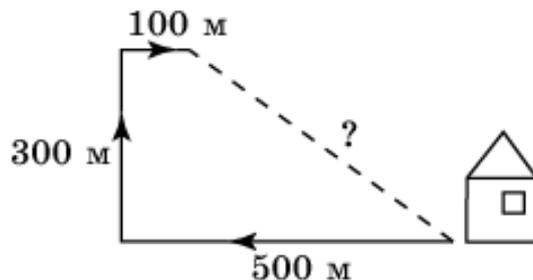
2. На одной прямой на равном расстоянии друг от друга стоят три телеграфных столба. Первый и второй находятся от дороги на расстояниях 15 м и 20 м. Найдите расстояние, на котором находится от дороги третий столб.



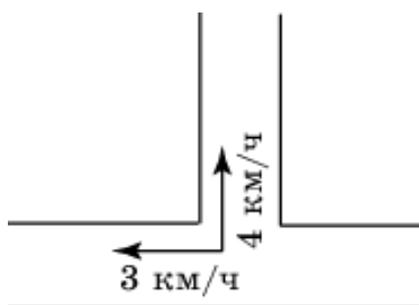
3. Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. На каком расстоянии от дома оказался мальчик?



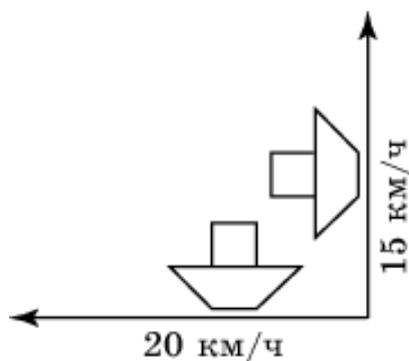
4. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. На каком расстоянии от дома оказалась девочка?



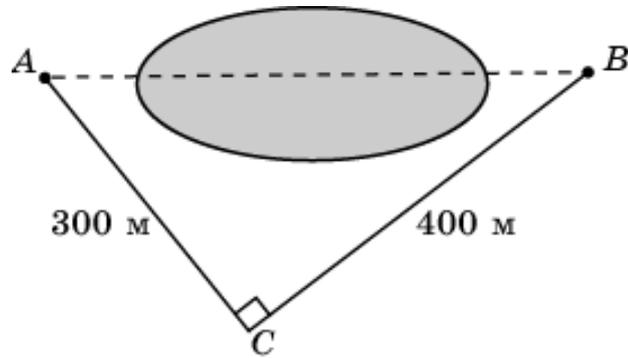
5. Мальчик и девочка, расставшись на перекрестке, пошли по взаимно перпендикулярным дорогам, мальчик со скоростью 4 км/ч, девочка – 3 км/ч. Какое расстояние (в км) будет между ними через 30 мин?



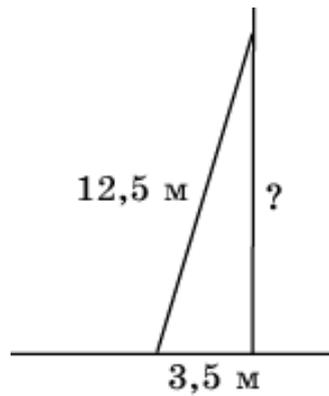
6. Два парохода вышли из порта, следуя один на север, другой на запад. Скорости их равны соответственно 15 км/ч и 20 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 2 ч?



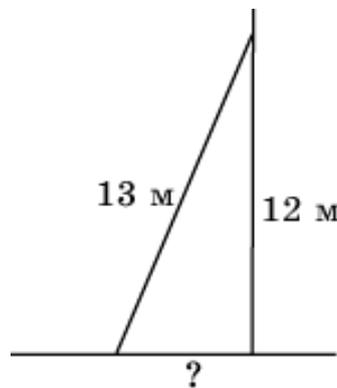
7. Используя данные, приведенные на рисунке, найдите расстояние в метрах между пунктами  $A$  и  $B$ , расположенными на разных берегах озера.



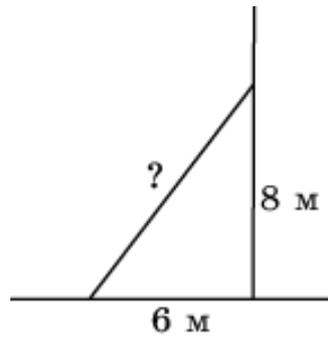
8. Лестница длиной  $12,5\text{ м}$  приставлена к стене так, что расстояние от ее нижнего конца до стены равно  $3,5\text{ м}$ . На какой высоте от земли находится верхний конец лестницы?



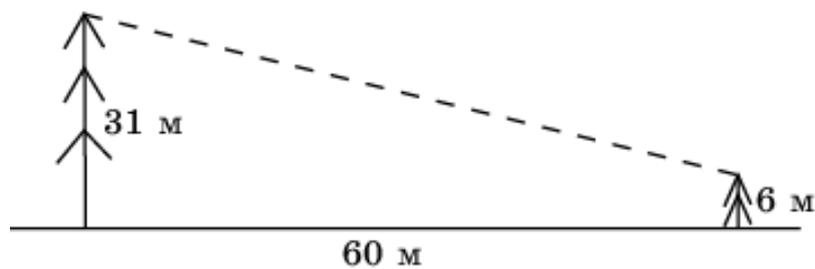
9. На какое расстояние следует отодвинуть от стены дома нижний конец лестницы, длина которой  $13\text{ м}$ , чтобы верхний ее конец оказался на высоте  $12\text{ м}$ ?



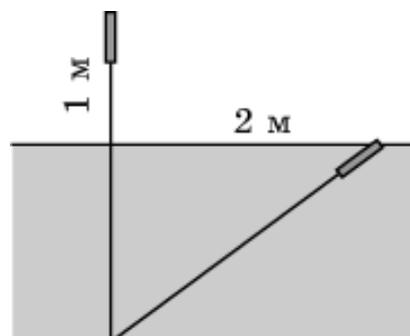
10. Какой длины должна быть лестница, чтобы она достала до окна дома на высоте 8 метров, если ее нижний конец отстоит от дома на 6 м?



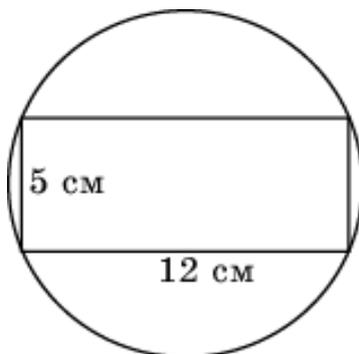
11. В 60 м одна от другой растут две сосны. Высота одной 31 м, а другой – 6 м. Найдите расстояние между их верхушками.



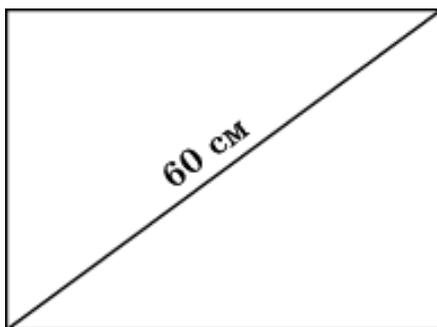
12. Стебель камыша выступает из воды озера на 1 м. Его верхний конец отклонили от вертикального положения на 2 м, и он оказался на уровне воды. Найдите глубину озера в месте, где растет камыш.



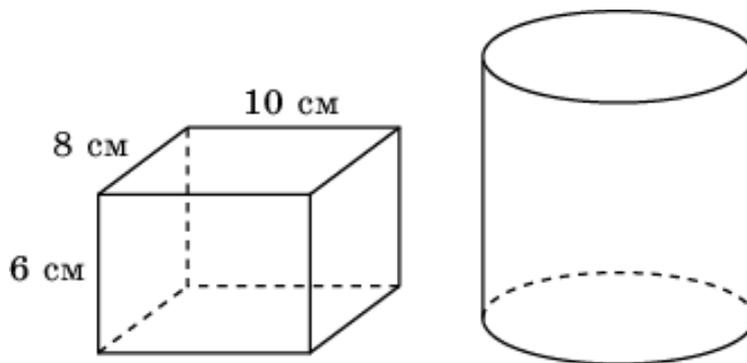
13. Из круглого бревна нужно вырезать брус с поперечным сечением 5x12 (см). Какой наименьший диаметр должно иметь бревно?



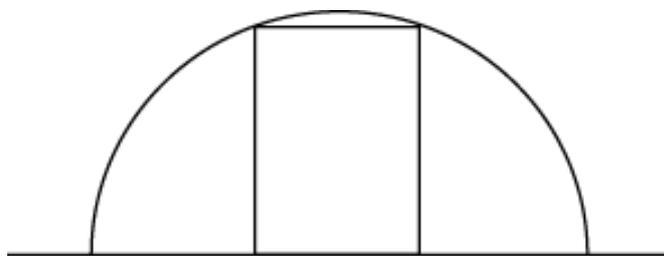
14. Отношение высоты к ширине экрана телевизора равно 0,75. Диагональ равна 60 см. Найдите ширину экрана.



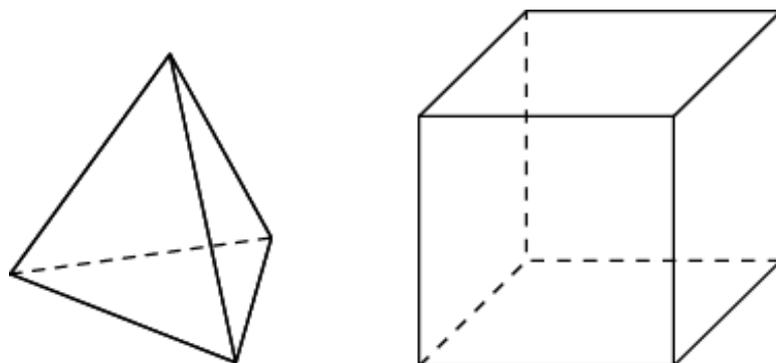
15. Какого наименьшего диаметра должен быть цилиндрический сосуд, чтобы в него можно было поместить деталь в форме прямоугольного параллелепипеда с размерами 6x8x10 (см)?



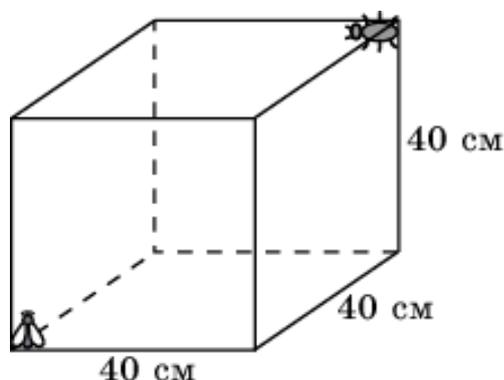
16. Туннель имеет форму полукруга радиуса 3 м. Какой наибольшей высоты должна быть машина шириной 2 м, чтобы она могла проехать по этому туннелю? В ответе укажите приближенное значение в метрах с точностью до одного знака после запятой.



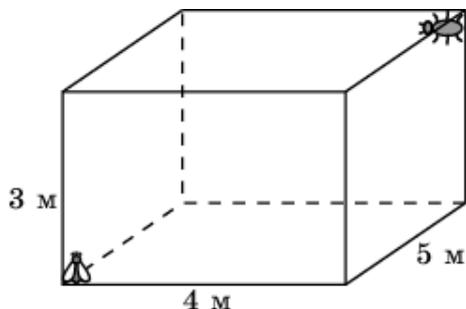
17. Какое наименьшее ребро должна иметь кубическая коробка, чтобы в нее поместился тетраэдр с ребром, равным 8 см? В ответе укажите целое число сантиметров.



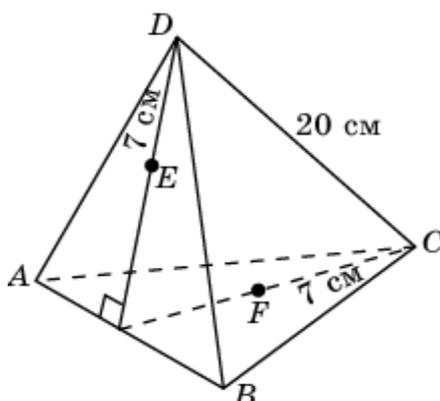
18. В одном углу кубической коробки с размерами 40x40x40 (см) сидит муха. В противоположном углу сидит паук. Найдите длину кратчайшего пути по поверхности коробки, по которому паук может доползти до мухи. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу сантиметров.



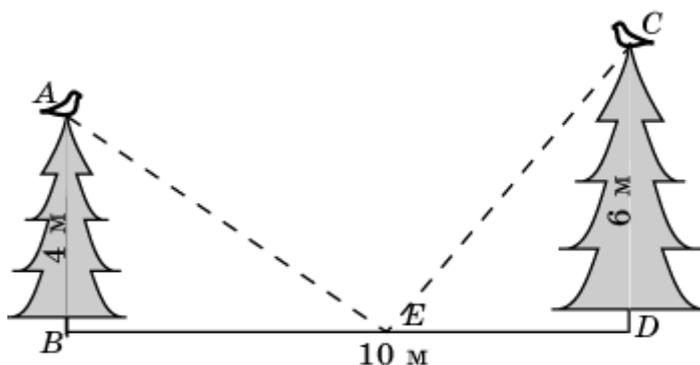
19. В одном углу комнаты с размерами  $4 \times 5 \times 3$  (м), сидит муха. В противоположном углу сидит паук. Найдите длину кратчайшего пути по поверхности комнаты, по которому паук может доползти до мухи. В ответе укажите приближенное значение в метрах с точностью до одного знака после запятой.



20. Найдите кратчайший путь по поверхности правильного тетраэдра  $ABCD$ , соединяющий точки  $E$  и  $F$ , расположенные на высотах боковых граней в  $7$  см от соответствующих вершин тетраэдра. Ребро тетраэдра равно  $20$  см.

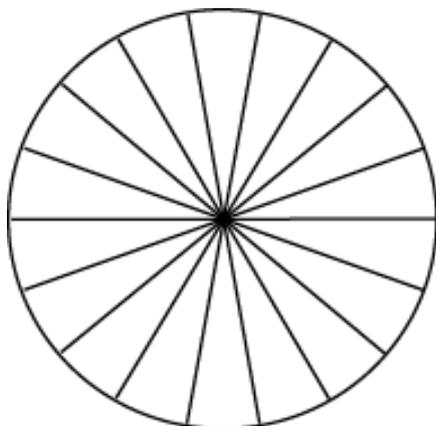


21. На вершинах двух елок сидят две вороны. Высота елок равна  $4$  м и  $6$  м. Расстояние между ними равно  $10$  м. На каком расстоянии  $BE$  нужно положить сыр для этих ворон, чтобы они находились в равных условиях, т.е. чтобы расстояния от них до сыра было одинаковыми?

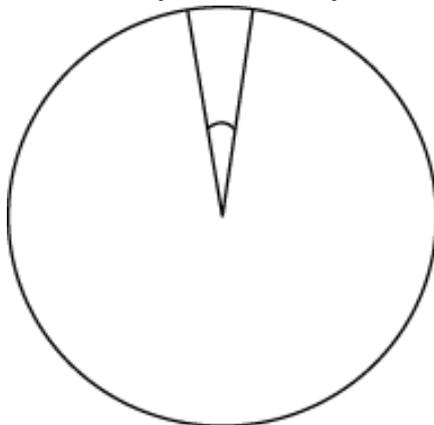


## 2. Углы

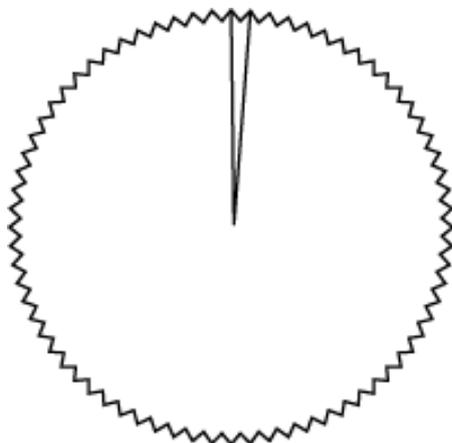
1. Колесо имеет 18 спиц. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



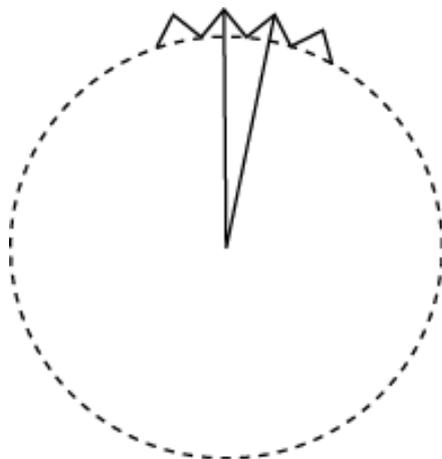
2. Сколько спиц в колесе, если углы между соседними спицами равны  $18^\circ$ ?



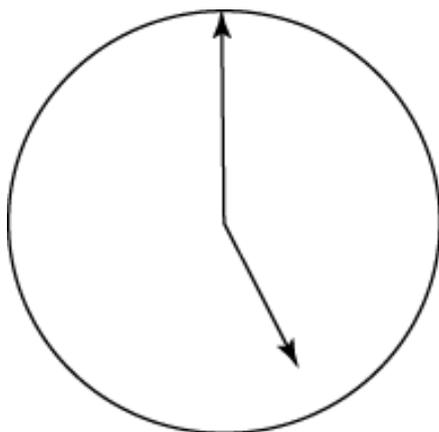
3. Колесо зубчатой передачи имеет 72 зубца. Сколько градусов содержится в дуге окружности, заключенной между серединами двух соседних зубцов?



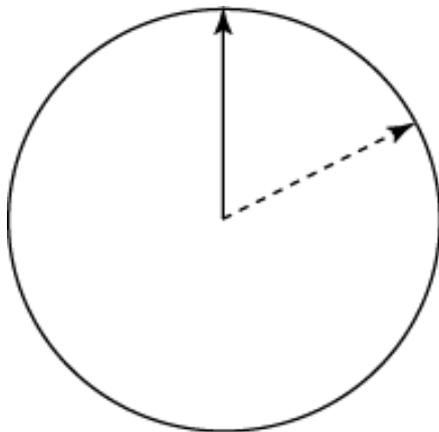
4. Сколько зубцов имеет колесо зубчатой передачи, если дуга окружности этого колеса, заключенная между двумя соседними зубцами, равна  $12^\circ$ ?



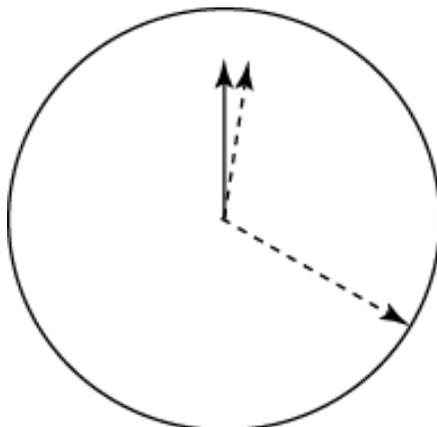
5. Какой угол (в градусах) образуют минутная и часовая стрелки часов в 5 ч?



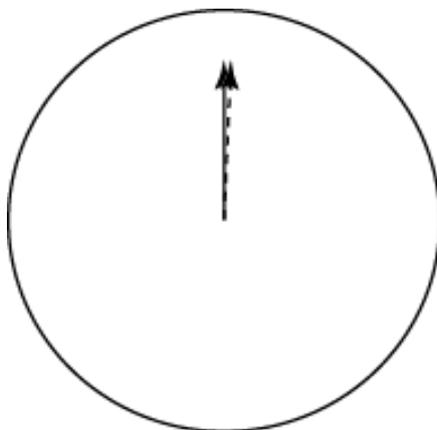
6. Какой угол описывает минутная стрелка за 10 мин?



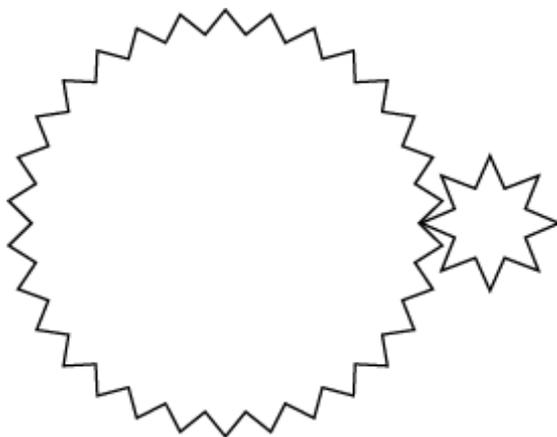
7. Какой угол описывает часовая стрелка за 20 мин?



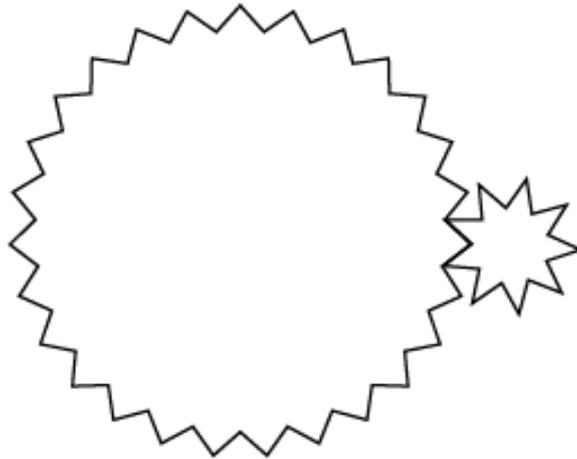
8. На какой угол поворачивается минутная стрелка пока часовая проходит  $1^{\circ}30'$ ?



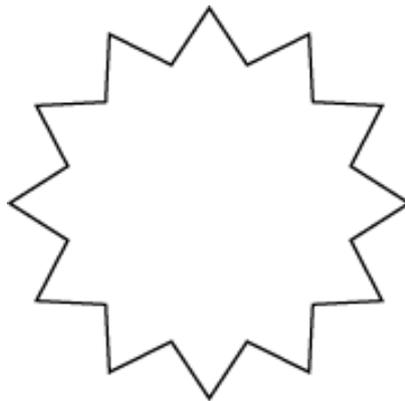
9. Сколько оборотов в минуту делает зубчатое колесо с 32 зубцами, если сцепленное с ним зубчатое колесо с 8 зубцами делает 12 оборотов в минуту?



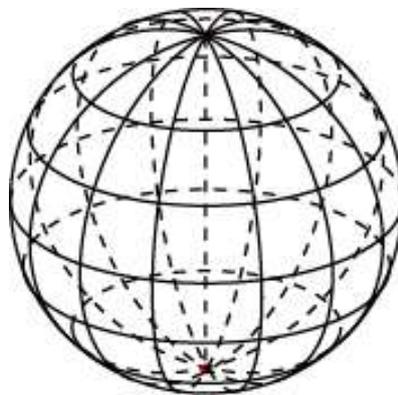
10. Диаметры двух зубчатых колес относятся как 3:8. На какой угол повернется большее колесо при одном обороте меньшего?



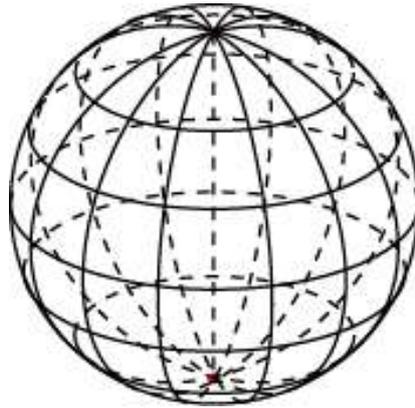
11. Зубчатое колесо имеет 12 зубцов. Сколько зубцов имеет сцепленное с ним второе зубчатое колесо, если при одном обороте первого колеса второе поворачивается на угол  $120^\circ$ ?



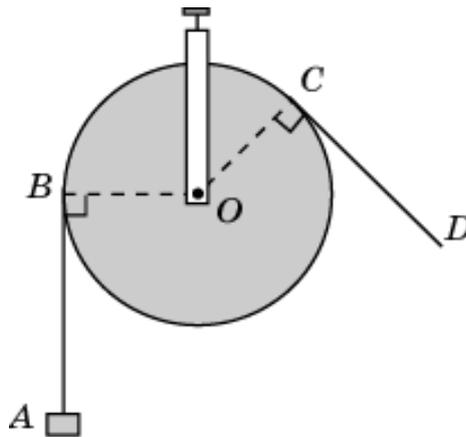
12. На сколько градусов повернется Земля вокруг своей оси за 8 часов?



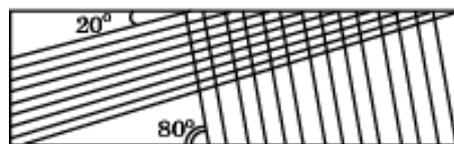
13. За сколько часов Земля повернется вокруг своей оси на  $90^\circ$ ?



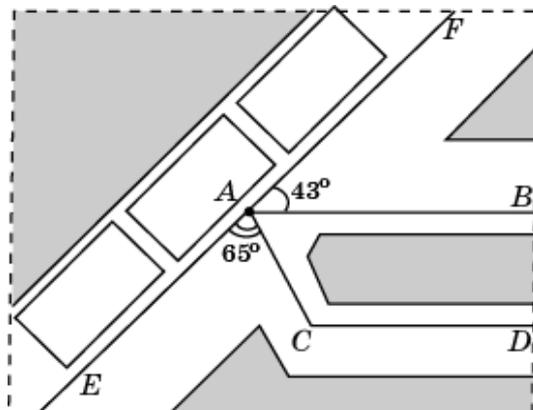
14. Груз  $A$  висит на шнуре, перекинутом через блок, изображенный на рисунке. Угол  $BOC$  равен  $135^\circ$ . Чему равен угол между прямыми  $AB$  и  $CD$ ?



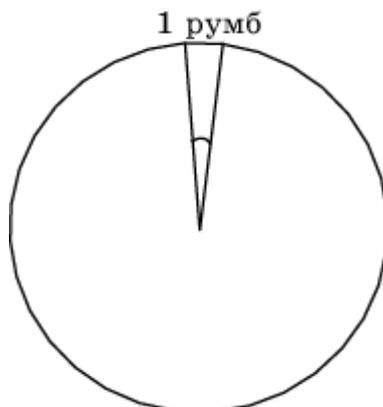
15. Найдите угол, образованный линиями насечек у напильника, изображенного на рисунке.



16. На плане города улицы, обозначенные как  $AB$  и  $CD$ , параллельны. Улица  $EF$  составляет с улицами  $AB$  и  $AC$  углы соответственно  $43^\circ$  и  $65^\circ$ . Найдите угол, который образуют между собой улицы  $AC$  и  $CD$ .



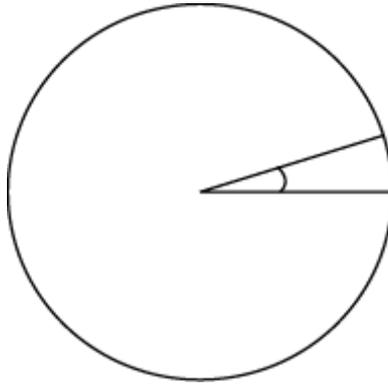
17. Для измерения углов артиллеристы употребляют особую единицу, которую называют тысячной. В трехстах шестидесяти градусах содержится 6000 тысячных. Сколько тысячных содержится в  $1^\circ 30'$ ?
18. Для измерения углов артиллеристы употребляют особую единицу, которую называют тысячной. В трехстах шестидесяти градусах содержится 6000 тысячных. Сколько градусов составляют 100 тысячных?
19. Угол в  $1,5^\circ$  рассматривают в лупу, увеличивающую в четыре раза. Какой величины кажется угол?
20. Окружность морских компасов делится на 32 равные части, называемые румбами. Сколько градусов составляют 4 румба?



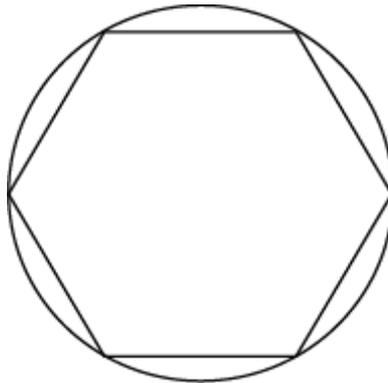


### 3. Окружность

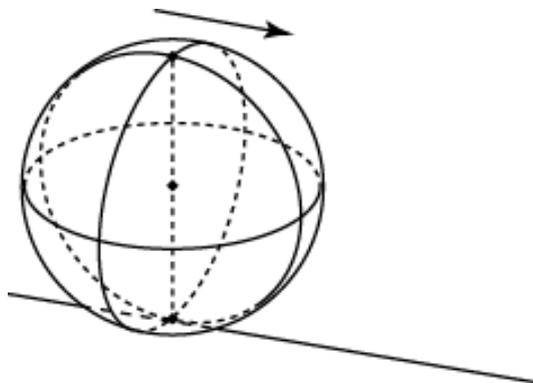
1. Длина окружности равна 60 см. Найдите длину дуги этой окружности, содержащую  $18^\circ$ .



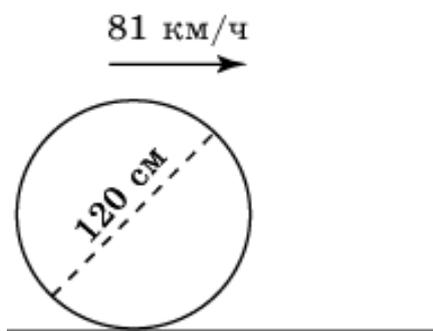
2. За длину окружности вавилоняне принимали периметр правильного шестиугольника, вписанного в эту окружность. Найдите приближение для  $\pi$ , которым пользовались вавилоняне.



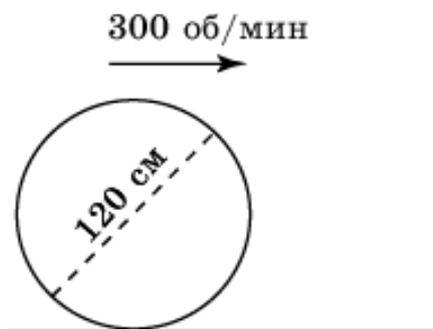
3. Шар диаметром 1 м откатился по прямой на 10 м. Сколько полных оборотов он сделал?



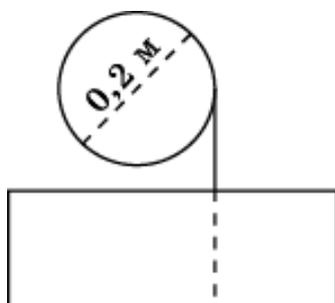
4. Поезд едет со скоростью 81 км/ч. Диаметр его колеса равен 120 см. Сколько оборотов в минуту делает колесо поезда? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



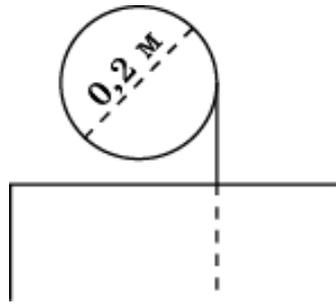
5. Какова скорость поезда (в км/ч), если диаметр его колеса равен 120 см и оно делает 300 оборотов в минуту. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



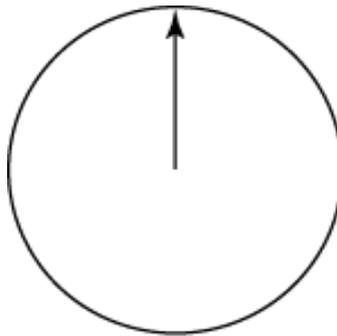
6. При поднятии воды из колодца вал делает 20 оборотов. Найдите глубину колодца (в метрах), если диаметр вала равен 0,2 м. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



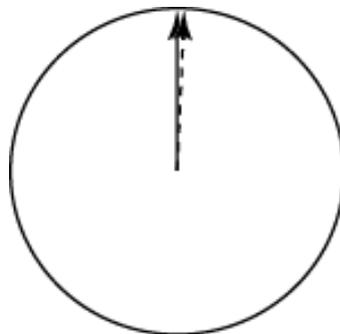
7. Сколько оборотов должен сделать вал, чтобы поднять воду из колодца глубиной 9 м, если диаметр вала равен 0,2 м? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



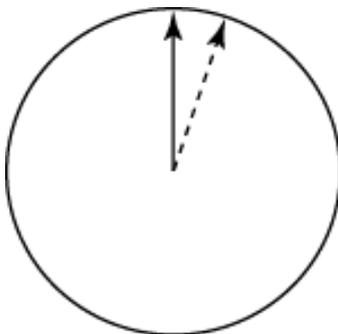
8. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского кремля приблизительно равна 3,5 м. Найдите длину окружности (в метрах), которую описывает конец минутной стрелки в течение одного часа. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



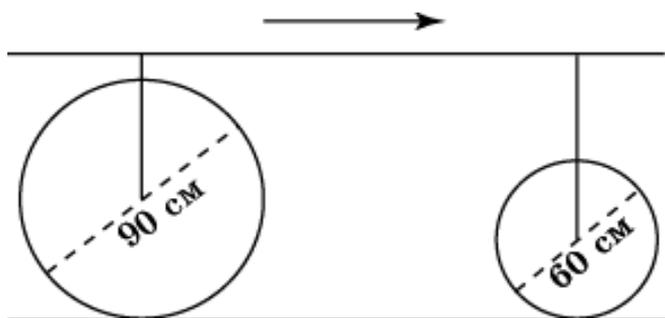
9. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского кремля приблизительно равна 3,5 м. Какой путь (в сантиметрах) проходит ее конец за 1 мин? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



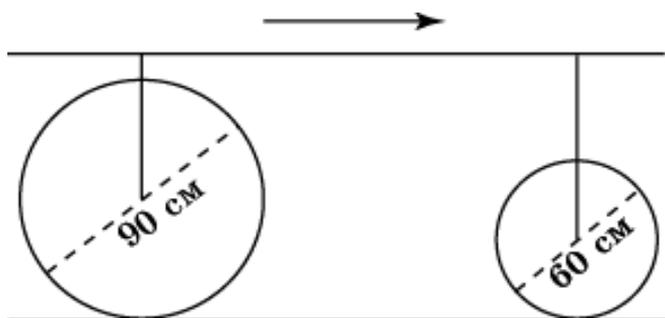
10. Длина минутной стрелки часов на Спасской башне Московского кремля приблизительно равна 3,5 м. За сколько минут ее конец пройдет путь длиной 105 см? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



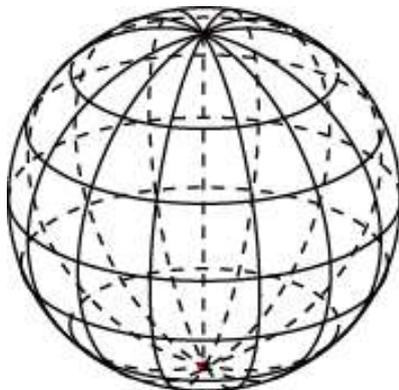
11. Телега проехала 5,4 км. Диаметры ее переднего и заднего колес равны соответственно 60 см и 90 см. На сколько больше оборотов сделает переднее колесо по сравнению с задним? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



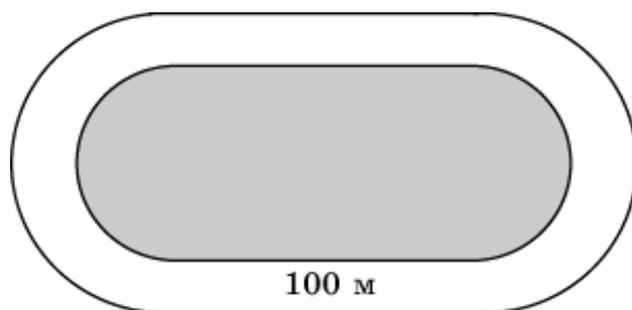
12. Диаметры переднего и заднего колес телеги равны соответственно 60 см и 90 см. Какое расстояние (в метрах) проехала телега, если ее переднее колесо сделало на 100 оборотов больше, чем заднее? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



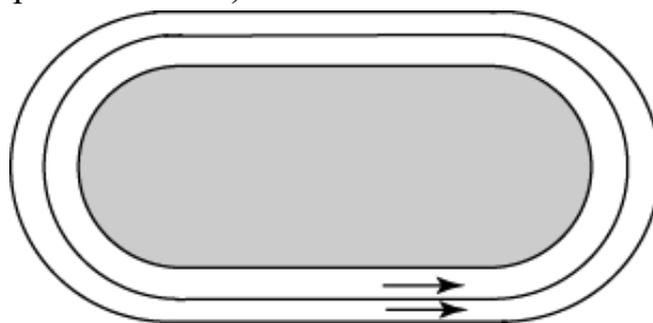
13. Длина экватора земного шара примерно равна 40000 км. На сколько метров увеличился бы этот экватор, если бы радиус земного шара увеличился на 1 м? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



14. Поле стадиона имеет форму прямоугольника с примыкающими к нему с двух сторон полукругами. Длина беговой дорожки вокруг поля равна 400 м. Длина каждого из двух прямолинейных участков дорожки равна 100 м. Найдите ширину  $l$  поля стадиона. В ответе укажите  $l\pi$ .



15. Два спортсмена должны пробежать один круг по дорожке стадиона, форма которого – прямоугольник с примыкающими к нему с двух сторон полукругами. Один бежит по дорожке, расположенной на 2 м дальше от края, чем другой. Какое расстояние должно быть между ними на старте, чтобы компенсировать разность длин дорожек, по которым они бегут? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



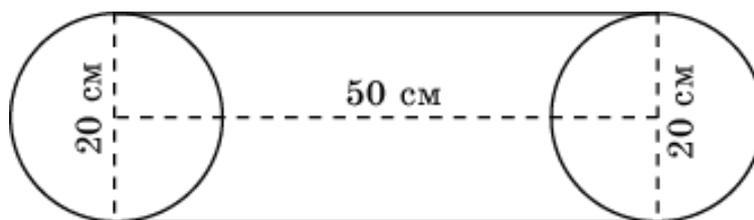
16. Москва и Новороссийск расположены примерно на одном меридиане под  $56^\circ$  и  $44^\circ$  северной широты соответственно. Найдите расстояние между ними по земной поверхности, считая длину большой окружности земного шара равной 40000 км. В ответе укажите целое число километров.



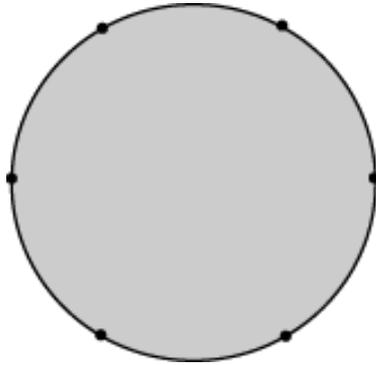
17. Расстояние между Москвой и Вашингтоном, измеряемое по большой окружности поверхности Земли, примерно равно 7800 км. Найдите примерную величину соответствующей дуги большой окружности, считая длину всей окружности равной 40000 км. В ответе укажите целое число градусов.



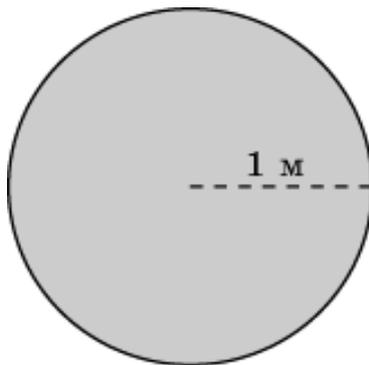
18. Какой длины должен быть приводной ремень, соединяющий два шкива с диаметрами 20 см, если расстояние между их центрами равно 50 см? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



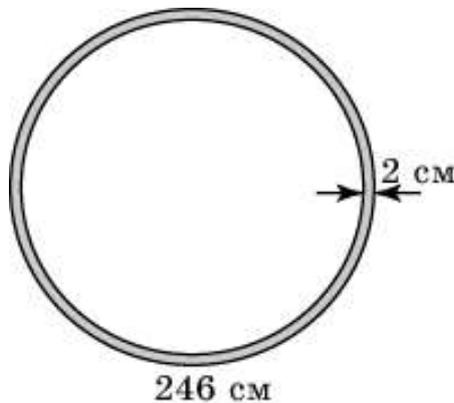
19. Столяру нужно сделать круглый стол на 6 человек. Каким должен быть диаметр стола (в сантиметрах), чтобы на каждого из сидящих за столом шести человек приходилось 80 см по окружности стола? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



20. Какое наибольшее число людей можно рассадить за круглым столом радиуса 1 м так, чтобы на каждого человека приходилось не менее 60 см длины дуги окружности стола? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



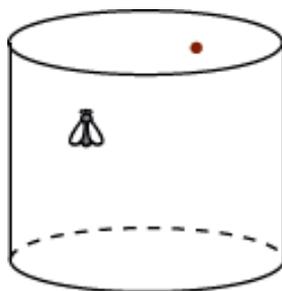
21. Водопроводная труба имеет в обхвате 246 см и толщину стенок 2 см. Найдите внутренний диаметр сечения трубы. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



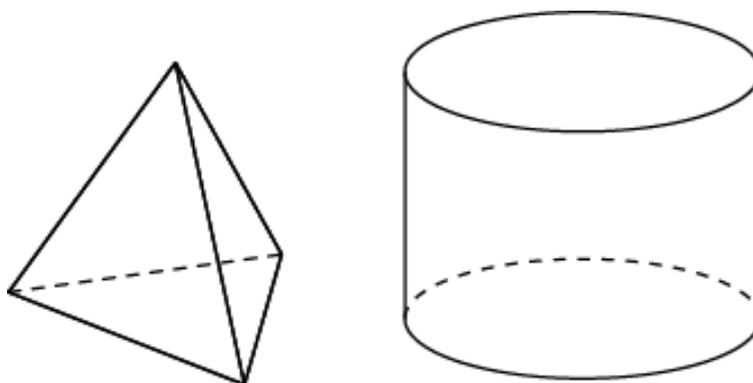
22. Двадцать стальных шариков диаметром по 16 мм каждый находятся в подшипнике. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите радиус внутреннего круга подшипника.



23. На внутренней стенке цилиндрической банки, радиус основания которой равен 4 см, в двух с половиной сантиметрах от верхнего края висит капля меда, а на наружной стенке, в диаметрально противоположной точке, сидит муха. Найдите длину кратчайшего пути, по которому муха может доползти до меда. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



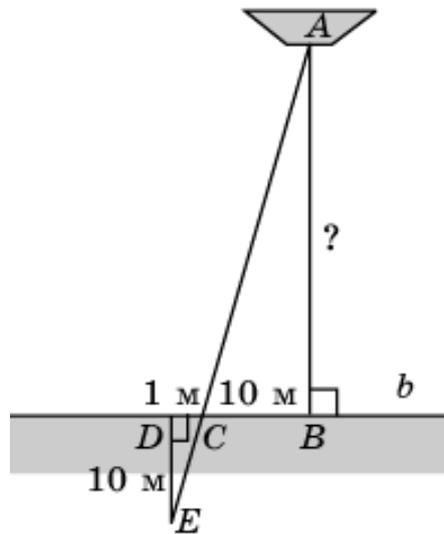
24. Какого наименьшего радиуса должна быть цилиндрическая банка, чтобы в нее можно было поместить тетраэдр, ребра которого равны 6 см?



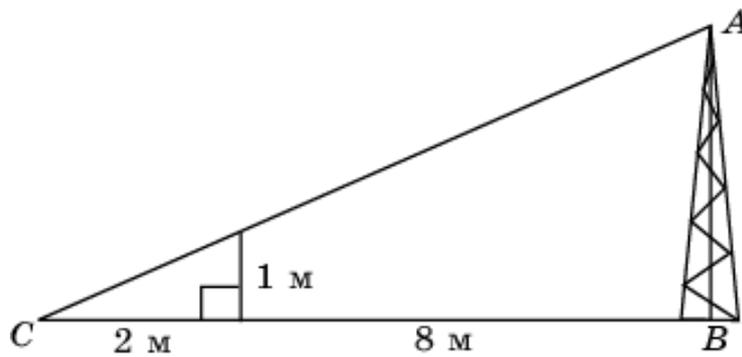
25. Под каким углом человек видит ноготь своего указательного пальца вытянутой руки, если ширина ногтя примерно равна 1 см, а расстояние от него до глаза человека примерно равно 60 см? В ответе укажите целое число градусов. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
26. Стрелок из лука видит мишень диаметра 120 см под углом  $1^\circ$ . Найдите расстояние до мишени. Укажите приближенное значение, выражаемое целым числом метров. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
27. Человек среднего роста (1,7 м) виден издали под углом  $12'$ . Найдите расстояние до него. В ответе укажите целое число метров. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
28. Телеграфный столб высотой 8 м виден под углом  $30'$ . Найдите расстояние до него. В ответе укажите целое число метров. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
29. Луна видна с Земли под углом  $30'$ . Найдите приближенное расстояние до Луны, зная, что ее диаметр приближенно равен 3400 км. В ответе укажите целое число километров. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
30. Солнце видно с Земли под углом  $30'$ . Найдите приближенное расстояние до Солнца, зная, что его диаметр приближенно равен 1300000 км. В ответе укажите целое число километров. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
31. Расстояние от Земли до Луны приблизительно равно 408000 км. Диаметр Земли приближенно равен 13000 км. Найдите примерный угол, под которым Земля видна с поверхности Луны. В ответе укажите целое число градусов. (Примите  $\pi \approx 3$ .)
32. Под каким углом виден самолет, длина которого равна 30 м, пролетающий над наблюдателем на высоте 9000 м? В ответе укажите приближенное значение в минутах. (Примите  $\pi \approx 3$ .)

#### 4. Подобие

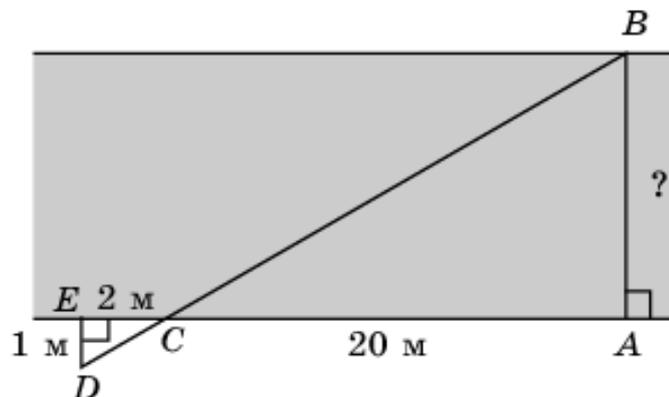
1. Используя данные, приведенные на рисунке, найдите расстояние  $AB$  от лодки  $A$  до берега  $b$ .



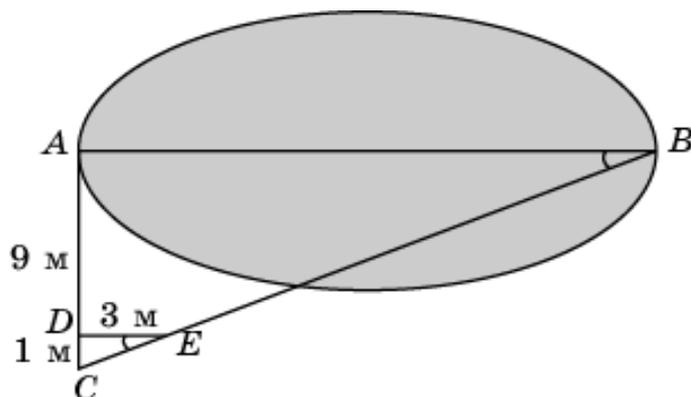
2. Используя данные, приведенные на рисунке, найдите высоту мачты  $AB$ .



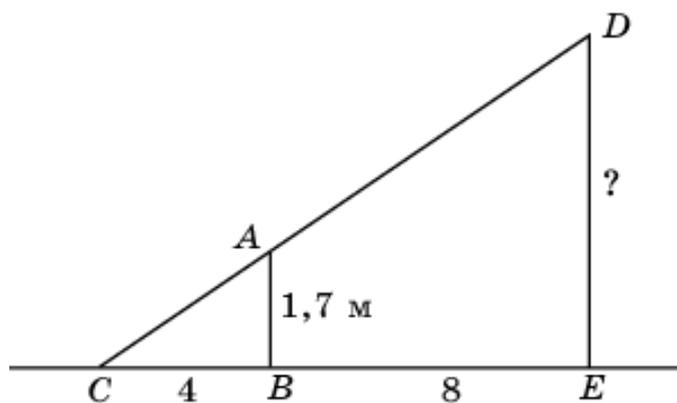
3. Используя данные, приведенные на рисунке, найдите ширину  $AB$  реки.



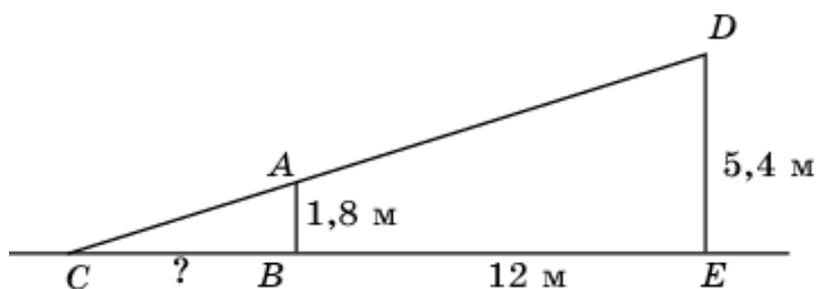
4. Используя данные, приведенные на рисунке, найдите ширину  $AB$  озера.



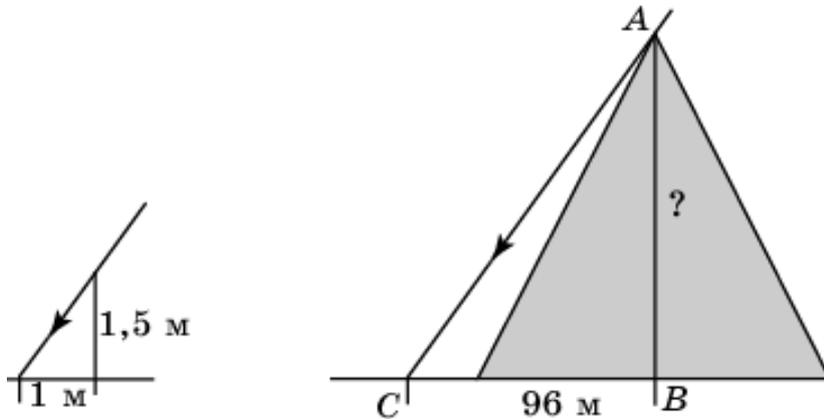
5. Человек ростом 1,7 м стоит на расстоянии 8 шагов от столба, на котором висит фонарь. Тень человека равна четырем шагам. На какой высоте расположен фонарь?



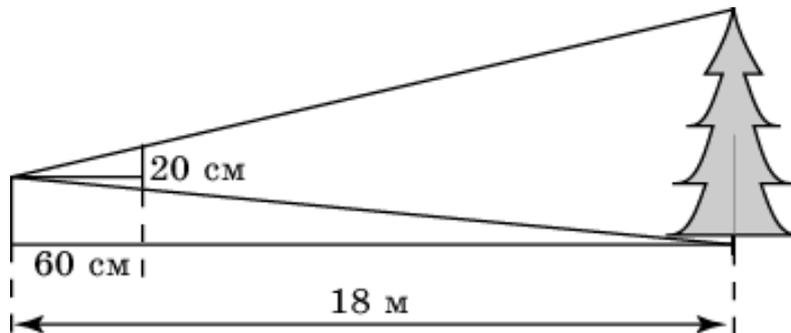
6. Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 12 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 5,4 м. Найдите длину тени человека в метрах.



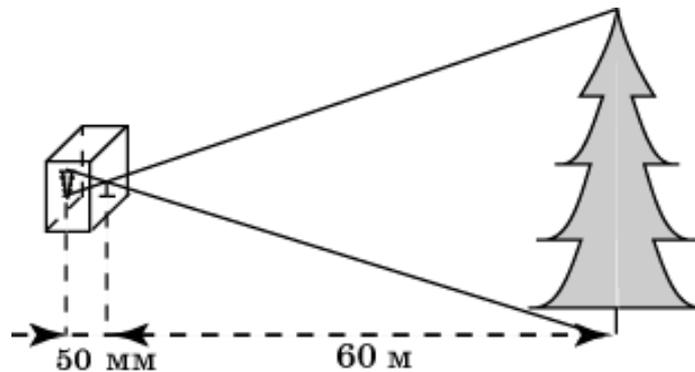
7. Для нахождения высоты египетской пирамиды недалеко от нее был установлен шест длиной 1,5 м. Его тень составила 1 м. В тот же момент тень пирамиды была равна 96 м. Чему равна высота пирамиды?



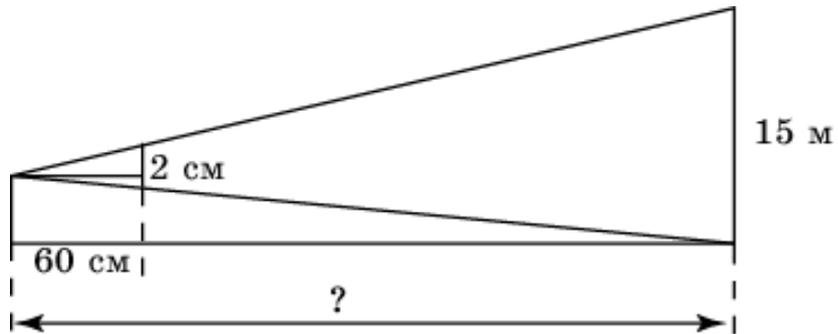
8. Чтобы измерить высоту дерева, ученик держит линейку в вертикальном положении на расстоянии вытянутой руки. Расстояние от глаза ученика до линейки равно 60 см. Часть линейки, закрывающая дерево, составляет 20 см. Расстояние от ученика до дерева равно 18 м. Чему равна высота дерева?



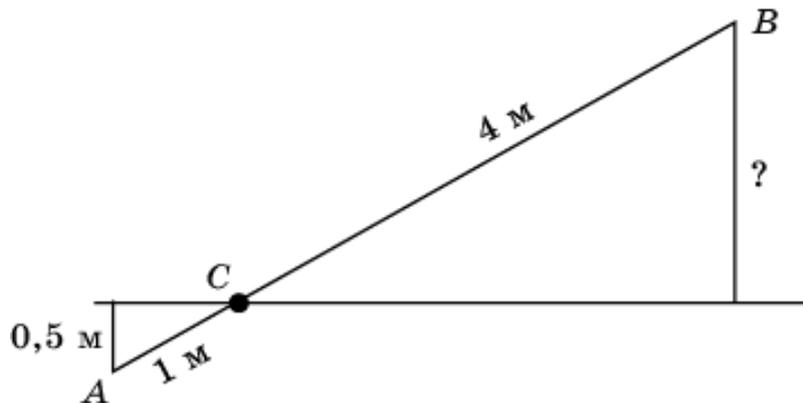
9. Изображение дерева на фотопленке имеет высоту 15 мм. Найдите высоту дерева, если расстояния от объектива фотоаппарата до изображения и до дерева равны соответственно 50 мм и 60 м.



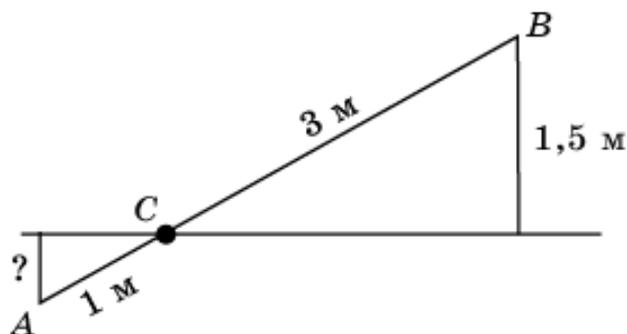
10. Столб высотой 15 м закрывается монетой диаметром 2 см, если ее держать на расстоянии 60 см от глаза. Найдите расстояние (в м) от наблюдателя до столба.



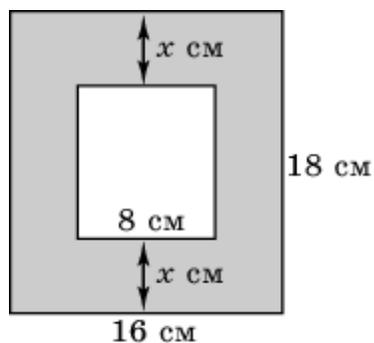
11. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 4 м. На какую высоту поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого плеча опускается на 0,5 м?



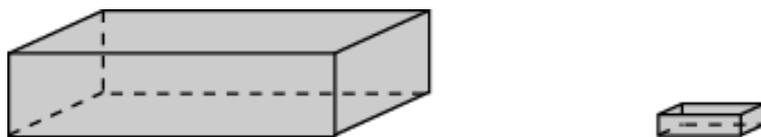
12. Короткое плечо шлагбаума имеет длину 1 м, а длинное плечо – 3 м. На какую высоту опускается конец короткого плеча, когда конец длинного плеча поднимается на 1,5 м? Ответ дайте в метрах.



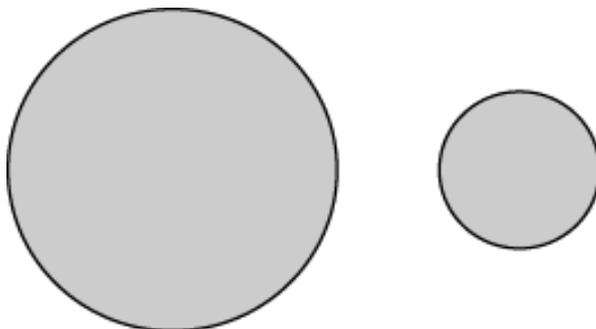
13. Какой должна быть ширина ( $x$ ) прямоугольной рамки для фотографии, указанной на рисунке, чтобы прямоугольники рамки и фотографии были подобны?



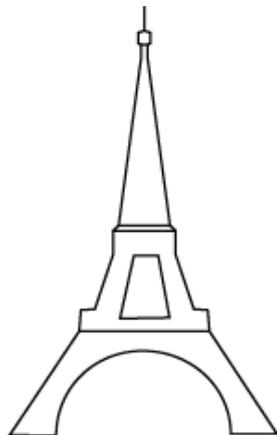
14. Строительный кирпич весит 4 кг. Сколько граммов весит игрушечный кирпич из того же материала, все размеры которого в четыре раза меньше?



15. Апельсин в два раза больше мандарина. Мандарин весит 40 г. Считая их форму шарообразной и удельный вес одинаковым, найдите вес апельсина.



16. Эйфелева башня в Париже высотой 300 м весит 8000000 кг. Некто захотел изготовить точную копию этой башни весом один килограмм. Какова будет высота этой модели. Ответ дайте в сантиметрах.



17. Диаметр Луны приблизительно равен 3400 км, и она находится на расстоянии 408000 км от Земли. На какое расстояние (в сантиметрах) от наблюдателя нужно удалить монету диаметра 1 см, чтобы она казалась ему такой же величина, как Луна? В ответе укажите целое число сантиметров.

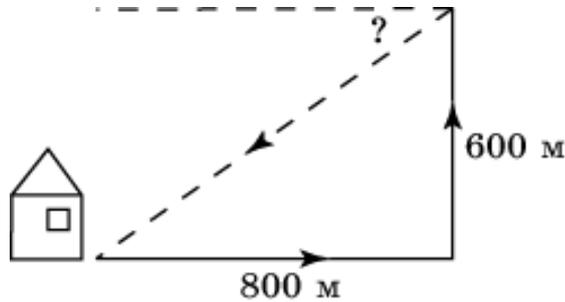
18. Диаметр Луны приблизительно равен 3400 км, и она находится на расстоянии 408000 км от Земли. На какое расстояние (в метрах) от наблюдателя нужно удалить тарелку диаметра 25 см, чтобы она казалась ему такой же величина, как Луна?

19. Диаметр Луны приблизительно равен 3400 км. Диаметр Солнца приблизительно равен 1400000 км, и оно кажется с Земли такой же величины, как Луна. Во сколько раз расстояние от Земли до Солнца больше чем расстояние от Земли до Луны? В ответе укажите целое число сотен раз.

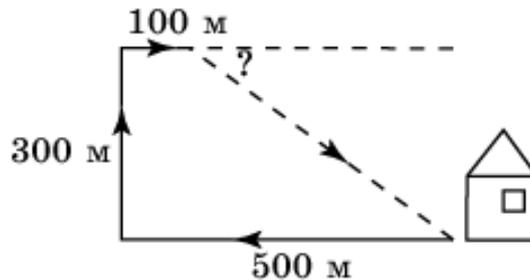
20. Диаметр Луны приблизительно равен 3400 км, и она находится на расстоянии 408000 км от Земли. Диаметр Солнца приблизительно равен 1400000 км, и оно кажется с Земли такой же величины, как Луна. Найдите приближенное расстояние от Земли до Солнца (в км).

## 5. Тригонометрические функции

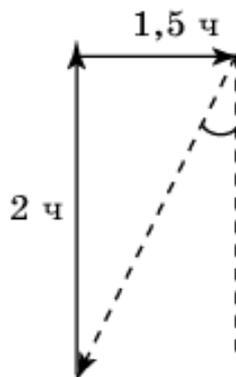
1. Мальчик прошел от дома по направлению на восток 800 м. Затем повернул на север и прошел 600 м. Под каким углом к направлению на запад он должен идти, чтобы вернуться домой? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)



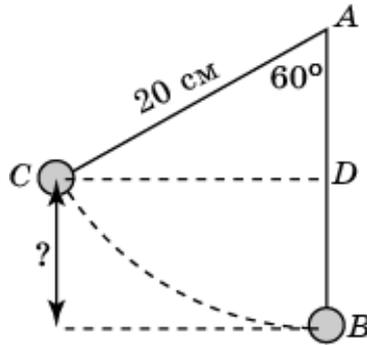
2. Девочка прошла от дома по направлению на запад 500 м. Затем повернула на север и прошла 300 м. После этого она повернула на восток и прошла еще 100 м. Под каким углом к направлению на восток она должна идти, чтобы вернуться домой? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)



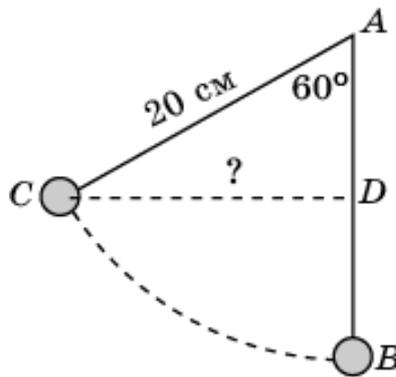
3. Грибник, войдя в лес, в течение двух часов шел в направлении на север, а затем с той же скоростью в течение полутора часов – на восток. Под каким углом к направлению на юг он должен идти, чтобы вернуться к месту, где он вошел в лес? В ответе укажите целое число градусов. (Используйте таблицу тригонометрических функций.)



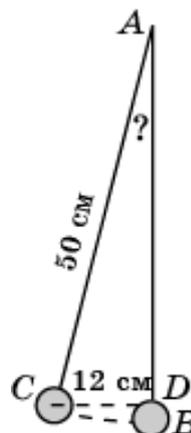
4. Маятник в виде груза, подвешенного на нитке, отклонили от положения равновесия на угол  $60^\circ$ . Длина  $AC$  маятника 20 см. На сколько изменилась высота груза по сравнению с положением равновесия?



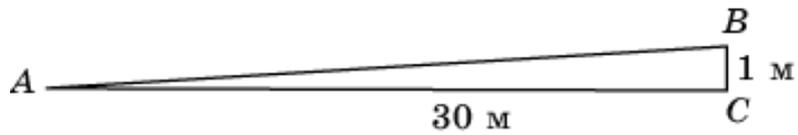
5. Маятник в виде груза, подвешенного на нитке, отклонили от положения равновесия на угол  $60^\circ$ . Длина  $AB$  маятника 20 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите расстояние  $CD$  от груза  $C$  до прямой  $AB$ , проходящей через начальное положение маятника.



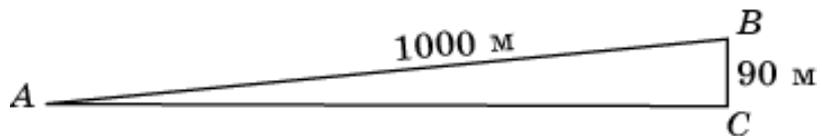
6. Маятник  $AB$  длиной 50 см отклонили от положения равновесия на расстояние  $CD$ , равное 12 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол, который образует новое положение  $AC$  маятника с положением равновесия  $AB$ .



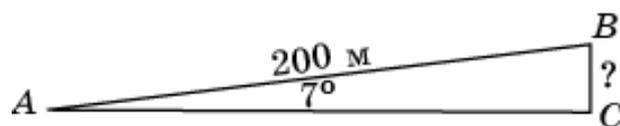
7. Горная железная дорога поднимается на 1 м на каждые 30 м пути. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол подъема в градусах. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



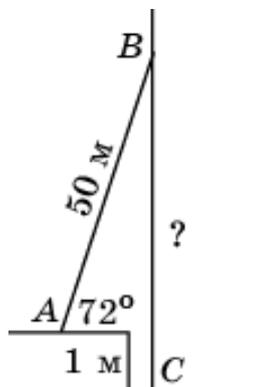
8. Человек, пройдя вверх по склону холма 1000 м, поднялся на 90 м над плоскостью основания холма. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите (в среднем) угол наклона холма в градусах. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



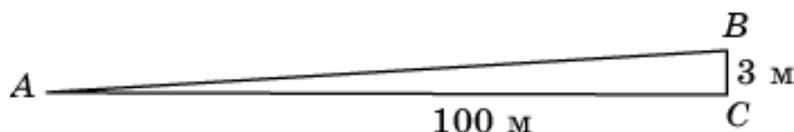
9. Угол подъема дороги равен  $7^\circ$ . Используя таблицу тригонометрических функций, найдите высоту, на которую поднимется пешеход, пройдя 200 м.



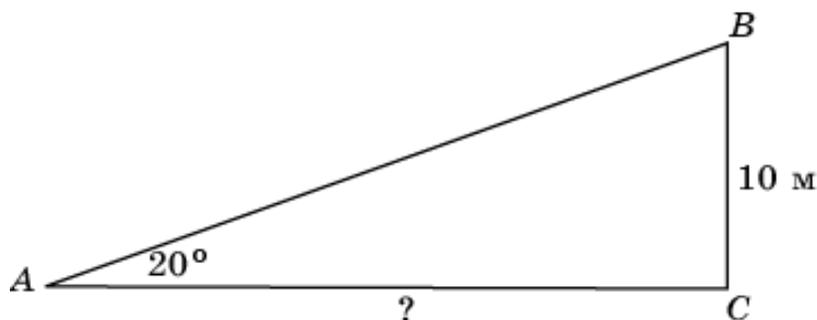
10. Пожарная лестница выдвинута на 50 м при предельном угле подъема  $72^\circ$ . Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите высоту, которой достиг верхний конец лестницы, если ее нижний конец отстоит от поверхности земли на 1 м.



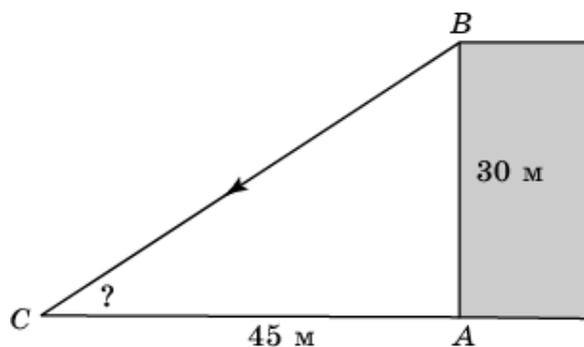
11. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите приближенное значение угла, под которым виден столб высотой 3 м, находящийся от наблюдателя на расстоянии 100 м. В ответе укажите целое число градусов.



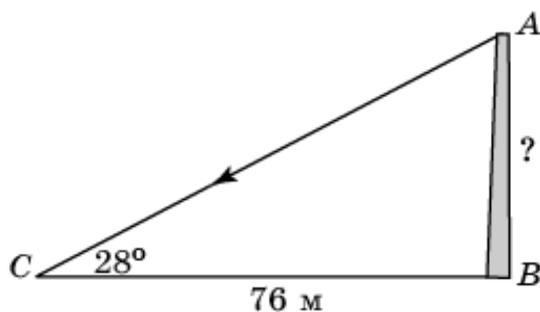
12. Телеграфный столб высотой 10 м находится на берегу реки. Верхний конец столба виден с другого берега под углом  $20^\circ$  к горизонту. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите ширину реки.



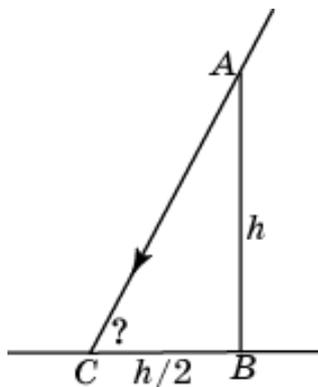
13. Строение высоты 30 м бросает тень длиной 45 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол наклона солнечных лучей. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



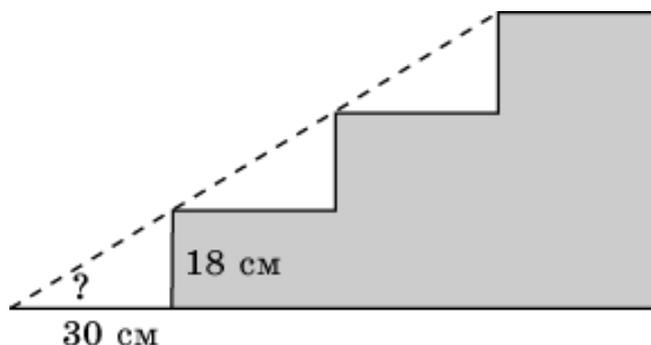
14. При высоте солнца в  $28^\circ$  заводская труба бросает тень длиной 76 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите высоту трубы. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом метров.



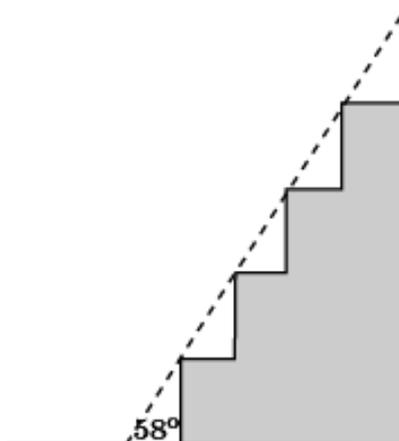
15. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол наклона солнечных лучей, если длина тени стоящего человека в два раза меньше его роста. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



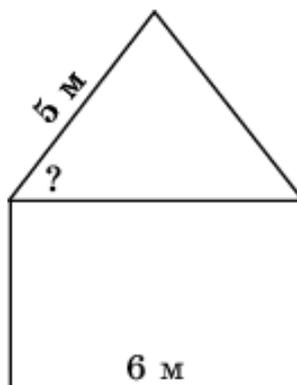
16. Лестница имеет ступеньки, ширина которых равна 30 см, а высота – 18 см. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол подъема лестницы. В ответе укажите приближенное значение, выражаемое целым числом градусов.



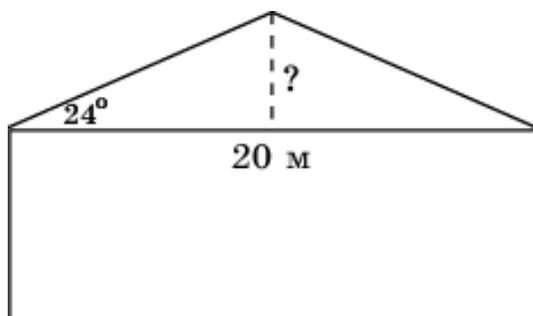
17. Угол подъема лестницы дачного домика равен  $58^\circ$ . Используя таблицу тригонометрических функций, найдите высоту ступенек лестницы, если ширина ступенек равна 20 см.



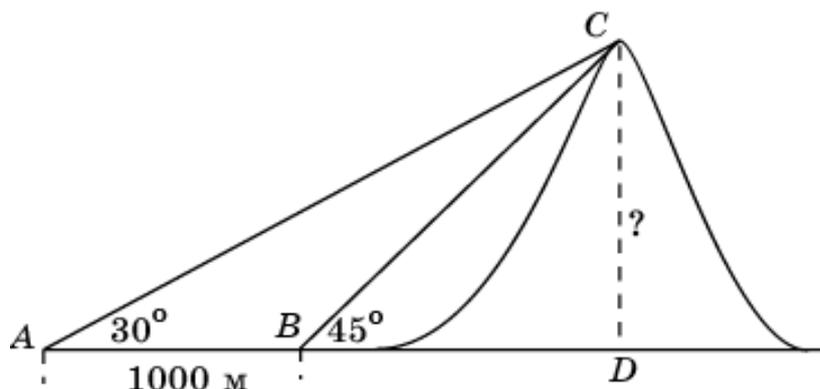
18. Ширина дачного домика равна 6 м, ширина одного ската его двускатной крыши равна 5 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол между стропилами крыши и потолком.



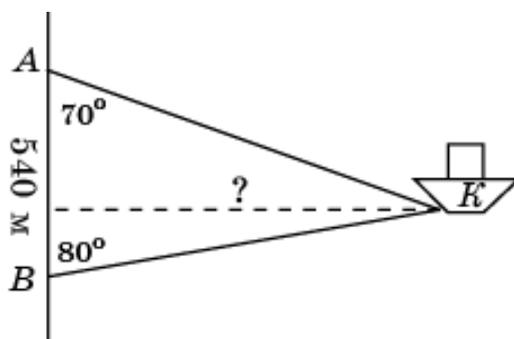
19. Длина балки, на которую опираются стропила крыши, равна 20 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите высоту крыши, зная, что стропила с этой балкой образуют угол  $24^\circ$ .



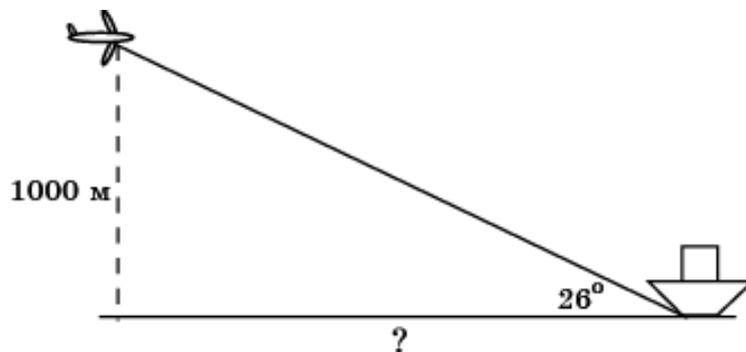
20. Из некоторой точки вершина горы видна под углом  $30^\circ$ . При приближении к горе на 1000 м вершина стала видна под углом  $45^\circ$ . Найдите приближенную высоту горы. В ответе укажите целое число метров.



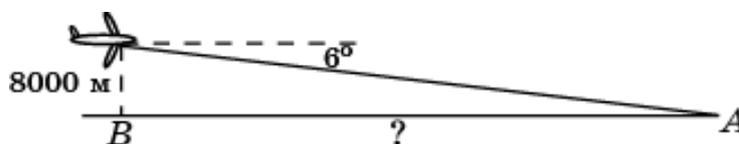
21. Используя данные, указанные на рисунке, найдите расстояние от корабля  $K$  до берега  $AB$ . В ответе укажите целое число метров.



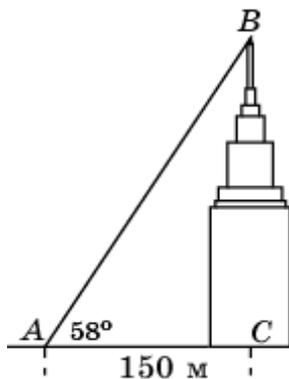
22. С самолета радируют капитану рыболовецкого судна, что самолет находится над косяком рыбы на высоте 1000 м. С судна определяют, что угол, под которым виден самолет над горизонтом, равен  $26^\circ$ . Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите расстояние от судна до косяка рыбы. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу метров.



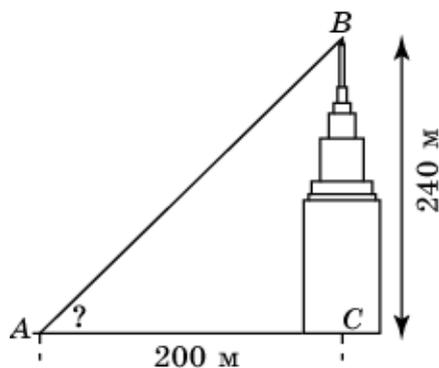
23. Самолет приближается к аэропорту  $A$  на высоте 8000 м. Пилот имеет предписание производить снижение для посадки под постоянным углом в  $6^\circ$ . Используя таблицу тригонометрических функций, найдите расстояние  $AB$  от посадочной полосы до того места, над которым самолет должен начать снижение. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу метров.



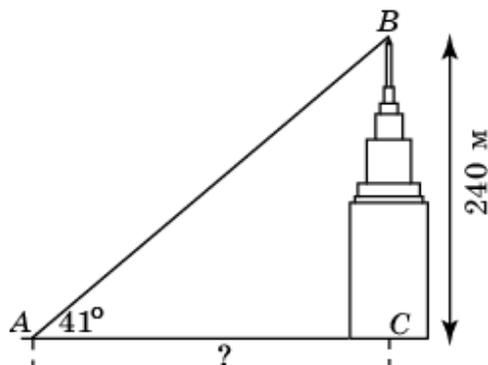
24. Расстояние от наблюдателя до башни главного здания МГУ имени М.В. Ломоносова равно 150 м, а угол, под которым видно здание, равен  $58^\circ$ . Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите высоту башни. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу метров.



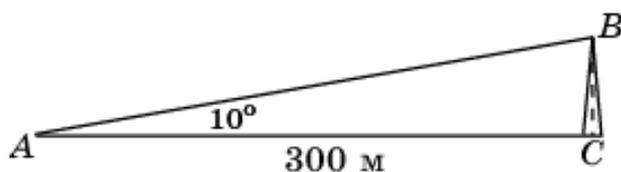
25. Высота башни главного здания МГУ имени М.В. Ломоносова равна 240 м. Под каким углом видна эта башня с расстояния 200 м? В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу градусов.



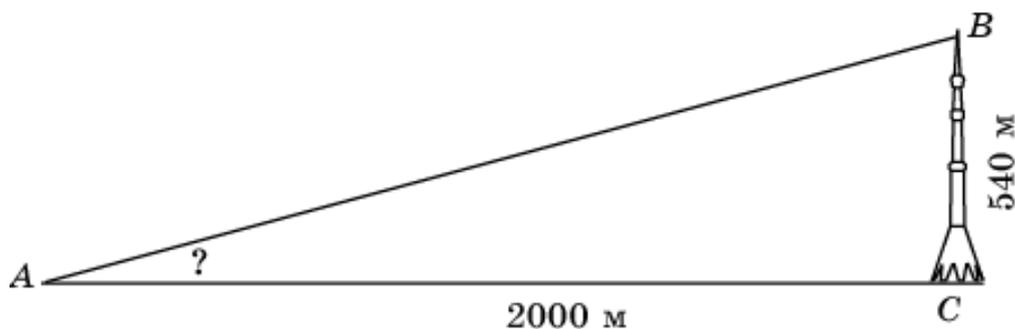
26. Башня главного здания МГУ имени М.В. Ломоносова, высота которой равна 240 м, видна под углом  $41^\circ$ . Найдите расстояние от наблюдателя до башни. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу метров.



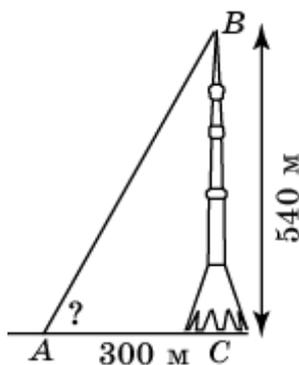
27. Вершина радиомачты видна с расстояния 300 м от ее основания под углом  $10^\circ$ . Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите высоту радиомачты.



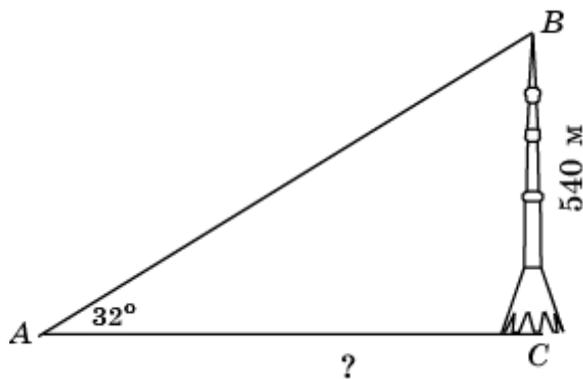
28. Высота Останкинской телевизионной башни – 540 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите угол в градусах, под которым видна башня с расстояния 2000 м.



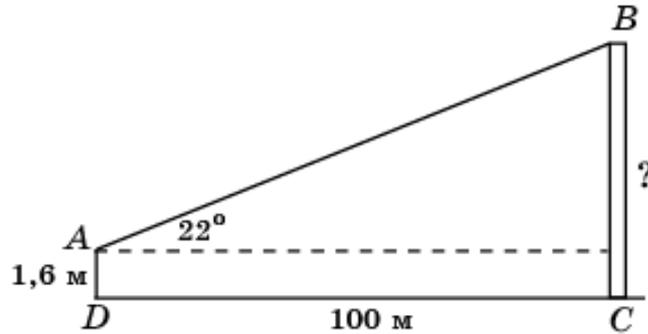
29. Высота Останкинской телевизионной башни равна 540 м. Под каким углом видна эта башня с расстояния 300 м? В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу градусов.



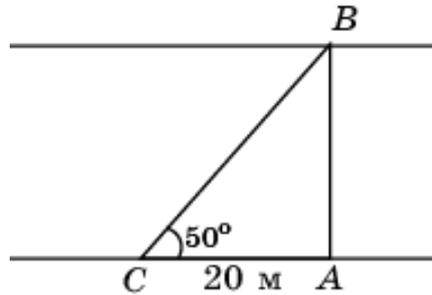
30. Высота Останкинской телевизионной башни – 540 м. Используя таблицу тригонометрических функций, найдите расстояние от нее до человека, который видит башню под углом  $32^\circ$ . В ответе укажите целое число метров.



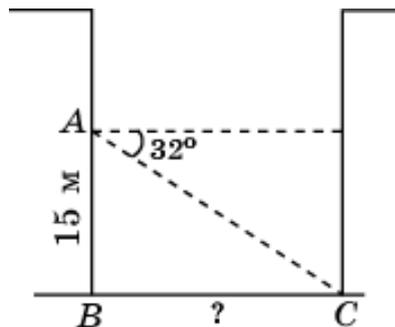
31. Для определения высоты колонны поступили следующим образом: отошли от ее основания на 100 м, поставили угломерный прибор высотой 1,6 м и установили, что вершина колонны видна под углом  $22^\circ$ . Используя таблицу тригонометрических функций, найдите высоту колонны.



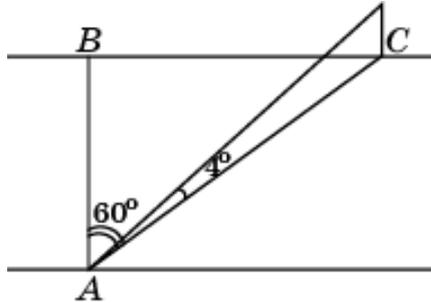
32. Используя данные, приведенные на рисунке, найдите ширину  $AB$  реки.



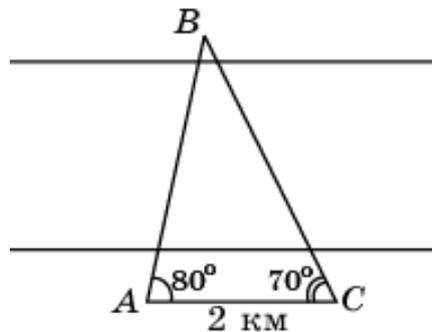
33. Из окна, расположенного на высоте 15 м над поверхностью земли, нижний край дома, стоящего прямо на другой стороне улицы, виден под углом понижения  $32^\circ$ . Найдите ширину улицы. В ответе укажите целое число метров.



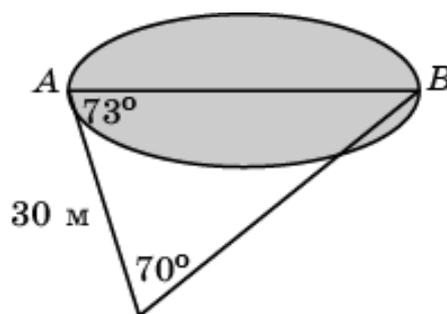
34. Наблюдатель  $A$ , стоящий на берегу реки, видит человека  $C$  на другом берегу под углом  $4^\circ$ . Направление на этого человека составляет угол в  $60^\circ$  с направлением  $AB$ , перпендикулярным берегам реки. Найдите ширину  $AB$  реки, считая рост человека, равным 1 м 70 см. В ответе укажите целое число метров.



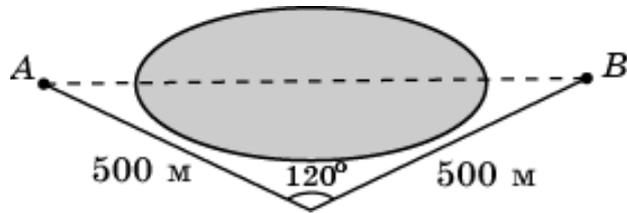
35. Найдите расстояние между населенными пунктами  $A$  и  $B$ , расположенными на разных берегах реки, если расстояние между пунктами  $A$  и  $C$ , расположенными на одном берегу этой реки, равно 2 км, угол  $CAB$  равен  $80^\circ$ , угол  $ACB$  равен  $70^\circ$ . В ответе укажите целое число метров.



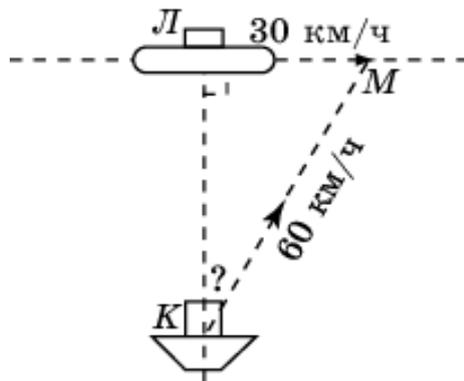
36. Используя данные, указанные на рисунке, найдите ширину  $AB$  озера. В ответе укажите целое число метров.



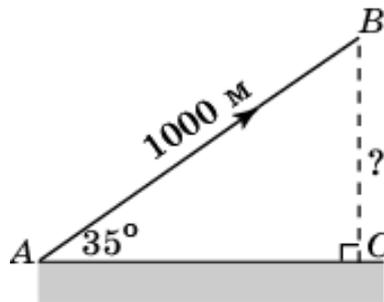
37. Используя данные, указанные на рисунке, найдите расстояние между населенными пунктами  $A$  и  $B$ , расположенными на разных берегах озера. В ответе укажите целое число метров.



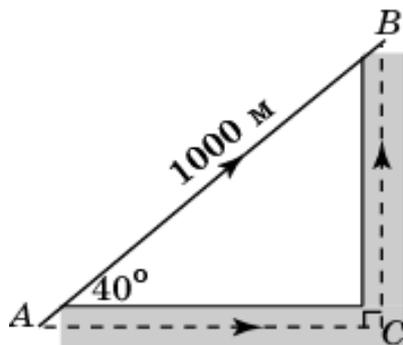
38. Подводная лодка, находясь впереди корабля, погрузилась в воду и пошла в направлении, перпендикулярном направлению на корабль со скоростью 30 км/ч. Под каким углом к направлению хода подводной лодки должен идти корабль со скоростью 60 км/ч, чтобы в некоторой точке пройти над подводной лодкой? Ответ укажите в градусах.



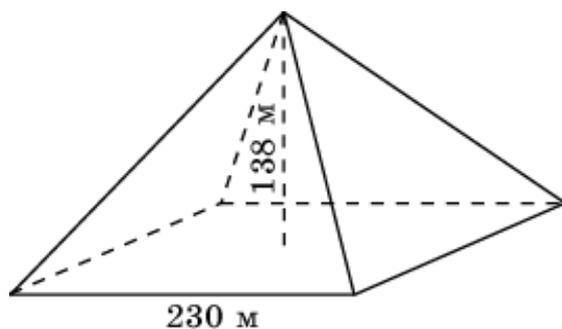
39. Пешеход пошел по направлению, составляющему угол  $35^\circ$  с направлением дороги. На сколько метров он удалится от дороги, пройдя 1000 м?



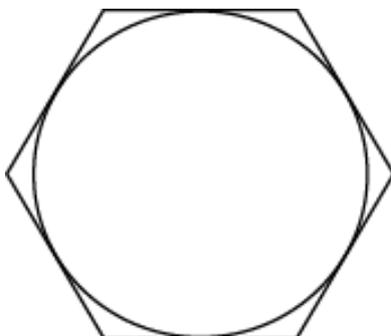
40. Используя данные, указанные на рисунке, выясните, на сколько метров путь из  $A$  в  $B$  по прямой короче пути из  $A$  в  $B$  по дороге. В ответе укажите целое число метров.



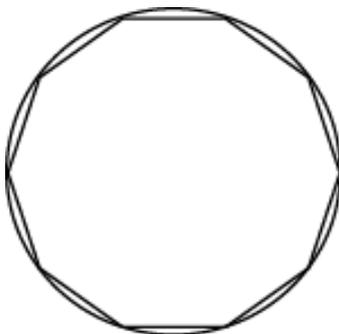
41. Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна  $230 \text{ м}$ , а высота около  $138 \text{ м}$ . Найдите угол наклона ее боковой грани к плоскости основания. В ответе укажите целое число градусов.



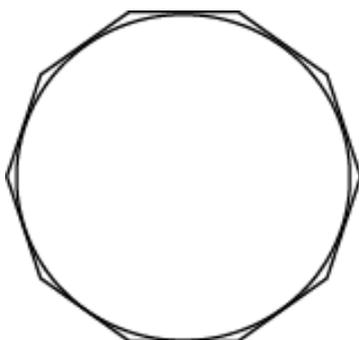
42. Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите приближенное значение числа  $\pi$ , принимая за длину окружности периметр описанного около нее правильного шестиугольника.



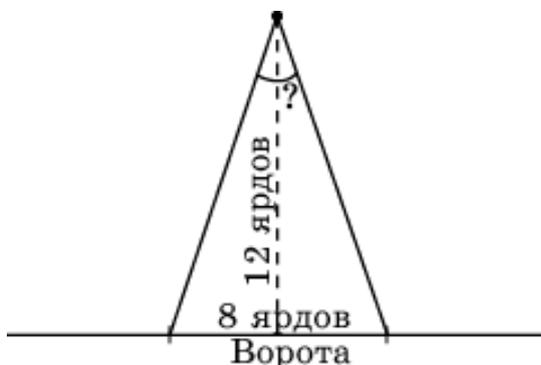
43. Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите приближенное значение числа  $\pi$ , принимая за длину окружности периметр вписанного в нее правильного десятиугольника.



44. Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите приближенное значение числа  $\pi$ , принимая за длину окружности периметр описанного около нее правильного десятиугольника.



45. Ширина футбольных ворот равна 8 ярдам. Расстояние от 11-метровой отметки до линии ворот равно 12 ярдам. Найдите угол, под которым видны ворота с 11-метровой отметки. В ответе укажите целое число градусов.



46. Ширина футбольных ворот равна 8 ярдам. Для разметки вратарской площадки на расстоянии 6 ярдов от каждой стойки ворот под прямым углом к линии ворот вглубь поля проводятся два отрезка длиной 6 ярдов каждый. Концы этих отрезков соединяются отрезком, параллельным линии ворот. Найдите угол, под которым видны ворота с угла вратарской площадки. В ответе укажите целое число градусов.

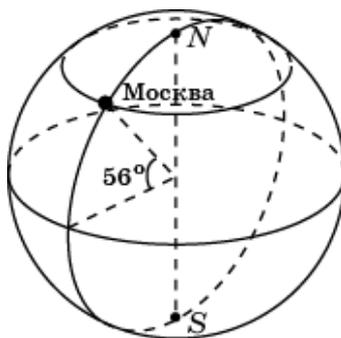


47. Ширина футбольных ворот равна 8 ярдам. Для разметки штрафной площади на футбольном поле на расстоянии 18 ярдов от каждой стойки ворот под прямым углом к линии ворот вглубь поля проводятся два отрезка, длиной 18 ярдов каждый. Концы этих отрезков соединяются отрезком, параллельным линии ворот. Найдите угол, под которым видны ворота с угла штрафной площади. В ответе укажите целое число

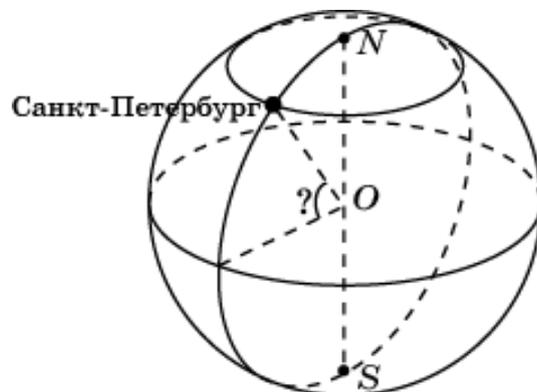


градусов.

48. Поверхность Земли имеет форму сферы, длина большой окружности которой приближенно равна 40000 км. Используя таблицу значений тригонометрических функций, найдите длину окружности параллели, на которой находится г. Москва, считая широту Москвы, равной  $56^\circ$ . В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу километров.

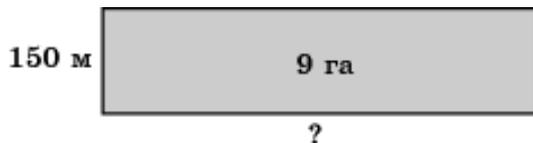


49. Поверхность Земли имеет форму сферы, длина большой окружности которой приближенно равна 40000 км. Длина окружности параллели, на которой находится г. Санкт-Петербург, приближенно равна 20000 км. Найдите широту Санкт-Петербурга в градусах.

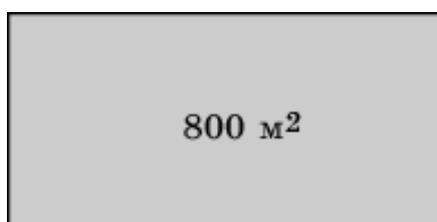


## 6. Площадь

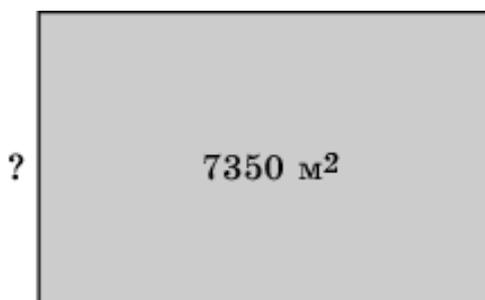
1. Площадь земельного участка, имеющего форму прямоугольника, равна 9 га, ширина участка равна 150 м. Найдите длину этого участка.



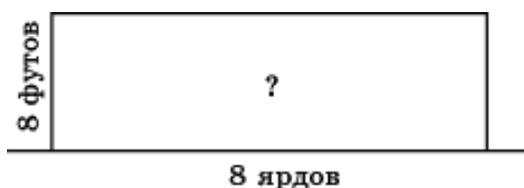
2. Найдите периметр прямоугольного участка земли, площадь которого равна  $800 \text{ м}^2$  и одна сторона в 2 раза больше другой.



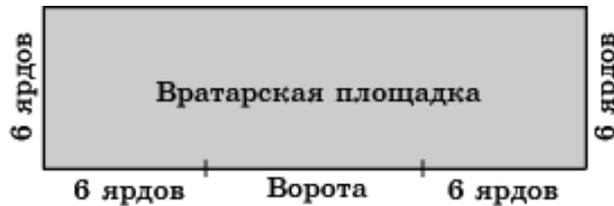
3. Футбольное поле имеет форму прямоугольника, длина которого в 1,5 раза больше ширины. Площадь футбольного поля равна  $7350 \text{ м}^2$ . Найдите его ширину.



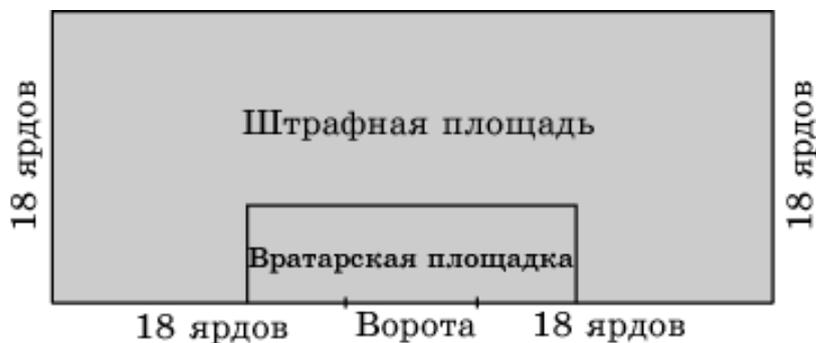
4. Ширина футбольных ворот равна 8 ярдам, высота – 8 футам. Найдите площадь футбольных ворот в квадратных футах (один ярд составляет три фута).



5. Для разметки вратарской площадки на футбольном поле на расстоянии 6 ярдов от каждой стойки ворот под прямым углом к линии ворот вглубь поля проводятся два отрезка длиной 6 ярдов. Концы этих отрезков соединяются отрезком, параллельным линии ворот. Найдите площадь вратарской площадки в квадратных футах, учитывая, что ширина ворот равна 8 ярдам (один ярд составляет три фута).



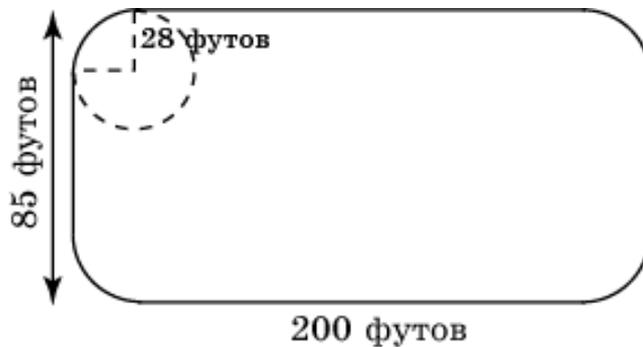
6. Для разметки штрафной площади на футбольном поле на расстоянии 18 ярдов от каждой стойки ворот под прямым углом к линии ворот вглубь поля проводятся два отрезка длиной 18 ярдов. Концы этих отрезков соединяются отрезком, параллельным линии ворот. Найдите приближенную площадь штрафной площади в квадратных метрах, учитывая, что ширина ворот равна 8 ярдам (один ярд приближенно равен 0,9 м). В ответе укажите целое число квадратных метров.



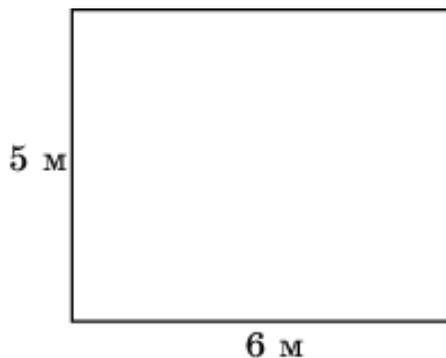
7. Ширина хоккейных ворот равна 6 футам, высота – 4 футам. Найдите приближенную площадь ворот в квадратных метрах с точностью до двух знаков после запятой. (Один фут равен 30,5 см.)



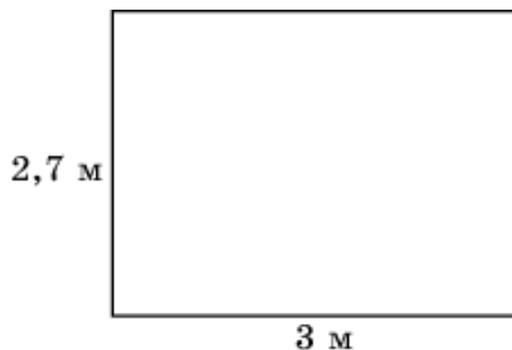
8. Хоккейная площадка имеет форму прямоугольника размером 200x85 (футов) с углами, закругленными по дугам окружностей радиуса 28 футов. Найдите примерную площадь хоккейной площадки в квадратных футах. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



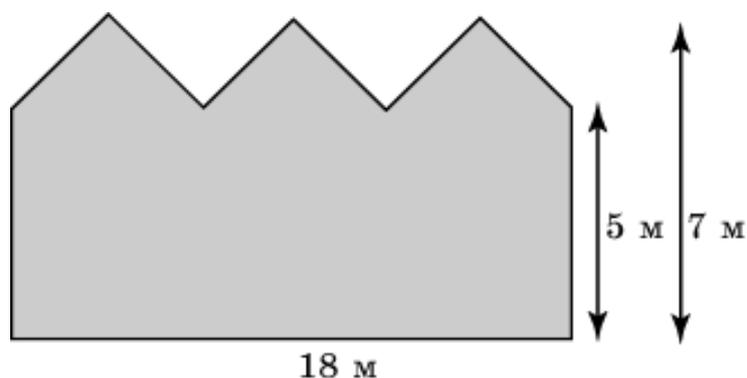
9. Пол комнаты, имеющей форму прямоугольника со сторонами 5 м и 6 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 30 см. Сколько потребуется таких дощечек?



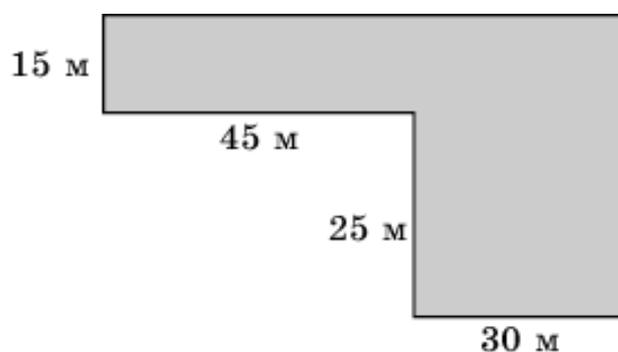
10. Сколько потребуется кафельных плиток квадратной формы со стороной 15 см, чтобы облицевать ими стену, имеющую форму прямоугольника со сторонами 3 м и 2,7 м?



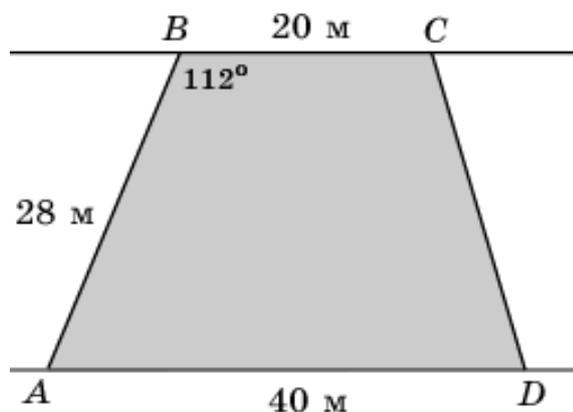
11. Найдите площадь стены заводского здания, изображенной на рисунке.



12. Найдите площадь земельного участка, изображенного на рисунке.



13. Участок между двумя параллельными улицами имеет вид четырехугольника  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ )  $AB=28$  м,  $BC=20$  м,  $AD=40$  м,  $\angle B=112^\circ$ . Найдите площадь этого участка. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу квадратных метров.



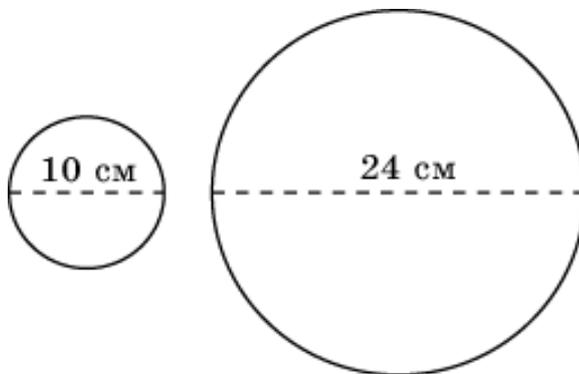
14. Площадь участка земли равна  $1200 \text{ м}^2$ . Чему равна его площадь (в  $\text{дм}^2$ ) на плане, если масштаб равен 1:100?



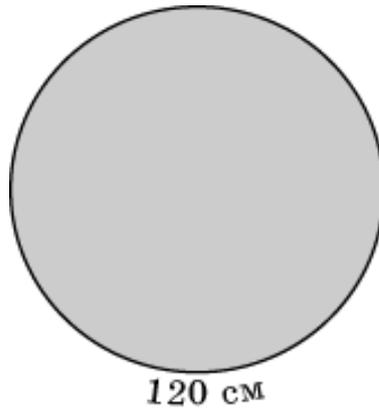
15. Площадь плана участка земли равна  $3,75 \text{ дм}^2$ , масштаб плана 1:200. Чему равна площадь самого участка (в  $\text{м}^2$ )?



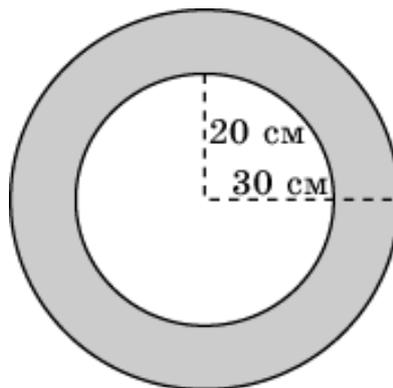
16. Две трубы, диаметры которых равны 10 см и 24 см, требуется заменить одной, не изменяя их пропускной способности. Каким должен быть диаметр новой трубы?



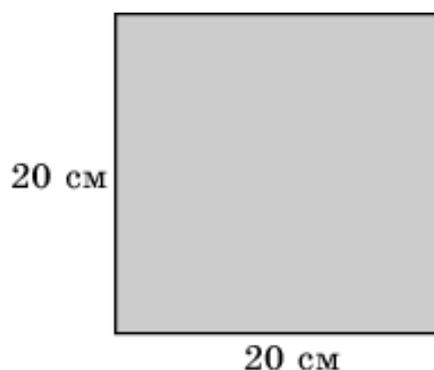
17. Дерево имеет в обхвате 120 см. Найдите примерную площадь поперечного сечения (в  $\text{см}^2$ ), имеющего форму круга. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



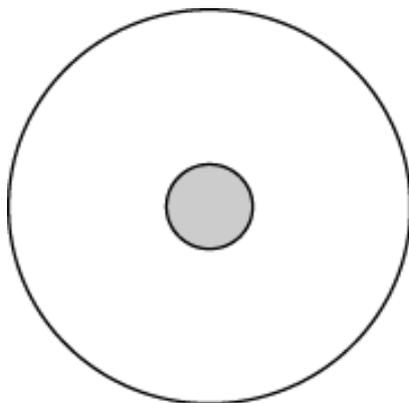
18. Бумажная лента плотно намотана на катушку, внутренний диаметр которой равен 20 см. Толщина бумаги равна 0,5 мм, а толщина намотанного рулона – 30 см. Найдите длину бумажной ленты. Ответ дайте в метрах. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



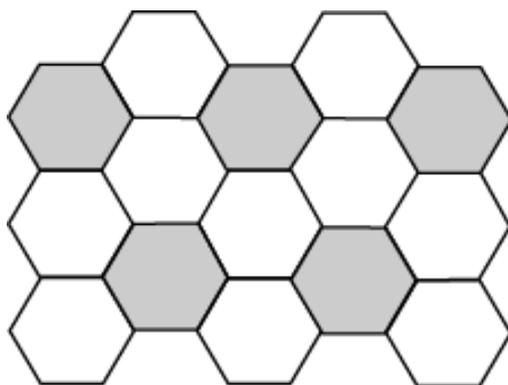
19. Из квадратного листа жести со стороной 20 см вырезали круг наибольшего диаметра. Какой примерный процент площади листа жести составляет площадь обрезков? (Примите  $\pi \approx 3$ .)



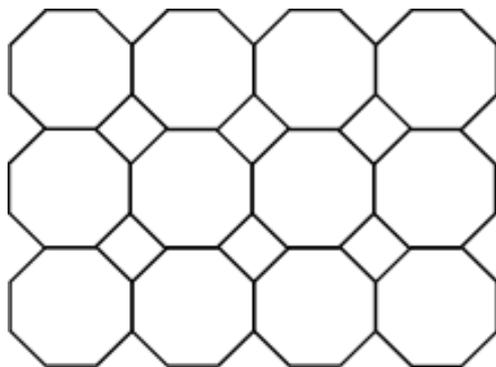
20. Зрачок человеческого глаза, имеющий форму круга, может изменять свой диаметр в зависимости от освещения от 1,5 мм до 7,5 мм. Во сколько раз при этом увеличивается площадь поверхности зрачка?



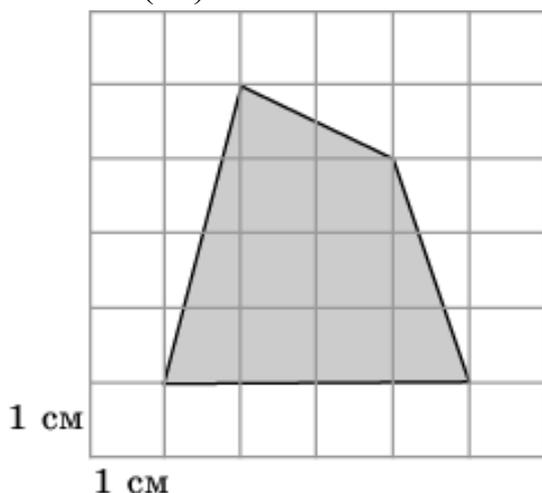
21. Пол требуется покрыть паркетом из белых и черных плиток, имеющих форму правильных шестиугольников. Фрагмент паркета показан на рисунке. Во сколько раз белых плиток паркета больше чем черных?



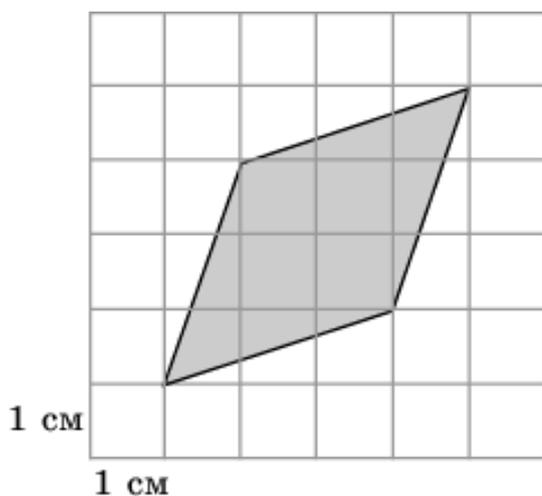
22. Пол требуется покрыть паркетом из восьмиугольных и квадратных плиток. Фрагмент паркета показан на рисунке. Найдите отношение числа квадратных плиток к числу восьмиугольных.



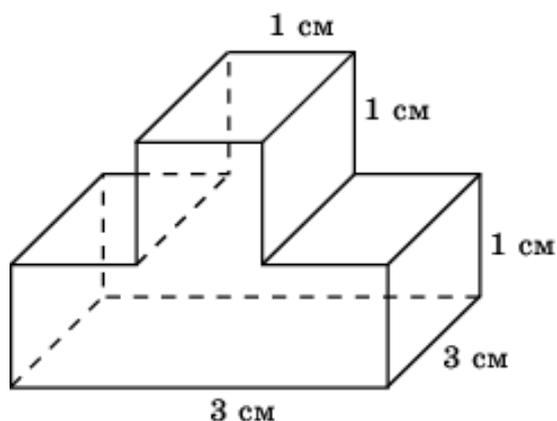
23. Найдите площадь лесного массива (в  $\text{м}^2$ ), изображенного на плане с квадратной сеткой  $1 \times 1$  (см) в масштабе  $1 \text{ см} - 200 \text{ м}$ .



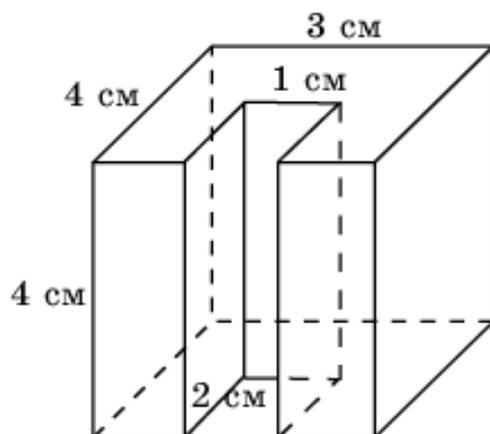
24. Найдите площадь поля (в  $\text{м}^2$ ), изображенного на плане с квадратной сеткой  $1 \times 1$  (см) в масштабе  $1 \text{ см} - 200 \text{ м}$ .



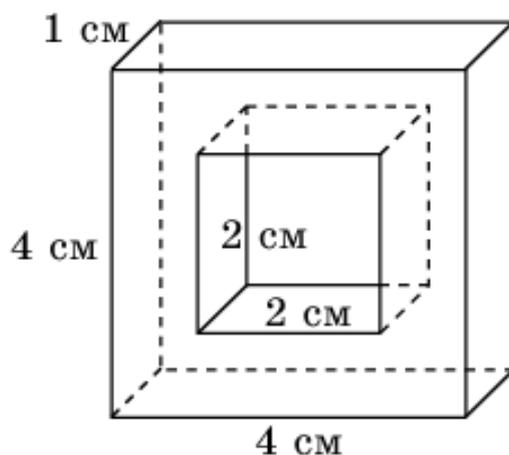
25. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все двугранные углы – прямые).



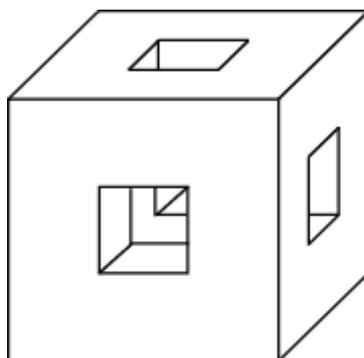
26. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все двугранные углы – прямые).



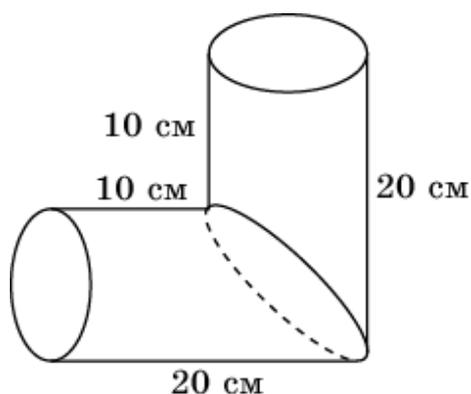
27. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке (все двугранные углы – прямые).



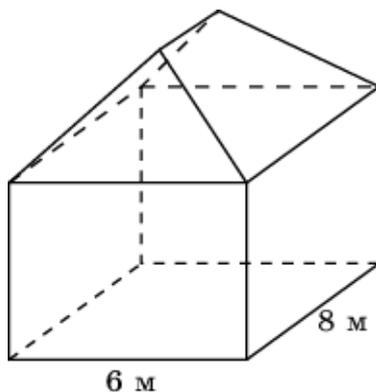
28. В каждой грани куба с ребром 3 см проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 1 см. Найдите площадь полной поверхности оставшейся части.



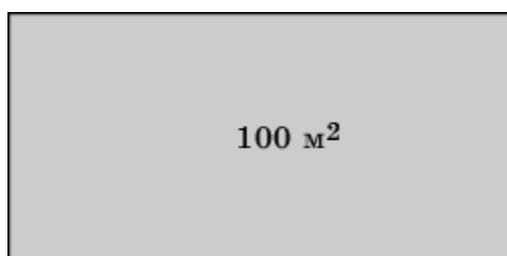
29. Найдите площадь поверхности детали, изображенной на рисунке, составленной из двух частей цилиндров. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



30. Основание садового домика – прямоугольник  $6 \times 8$  (м). Крыша наклонена под углом  $45^\circ$  к основанию. Найдите площадь крыши. В ответе укажите приближенное значение, равное целому числу квадратных метров.



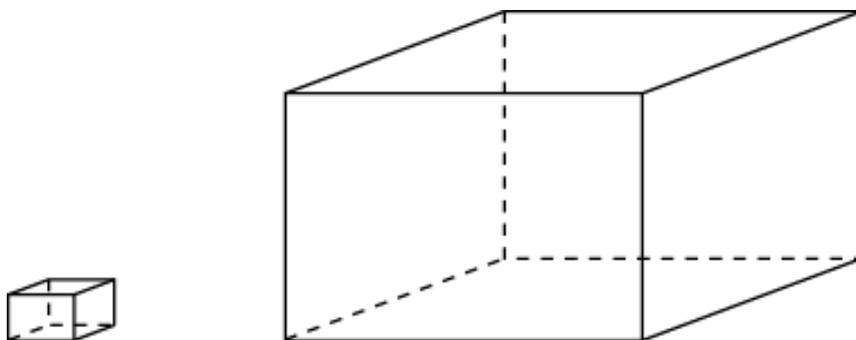
31. Какого наименьшего периметра может быть прямоугольная площадка площади  $100 \text{ м}^2$ ?



32. Диаметр Солнца в 400 раз больше диаметра Луны. Во сколько раз площадь поверхности Солнца больше площади поверхности Луны?

## 7. Объем

1. Сколько коробок в форме прямоугольного параллелепипеда размерами  $30 \times 40 \times 50$  (см) можно поместить в кузов машины размерами  $2 \times 3 \times 1,5$  (м)?



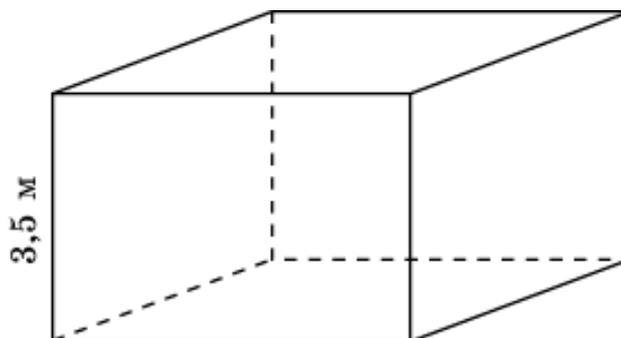
2. Сколько досок длиной 3,5 м, шириной 20 см и толщиной 20 мм выйдет из четырехугольной балки длиной 105 дм, имеющей в сечении прямоугольник размером 30 см  $\times$  40 см?



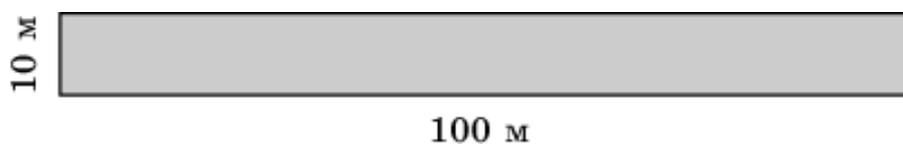
3. Размеры кирпича  $25 \times 12 \times 6,5$  (см). Найдите вес одного кирпича в граммах, если объемный вес кирпича равен  $1700 \text{ кг/м}^3$ .



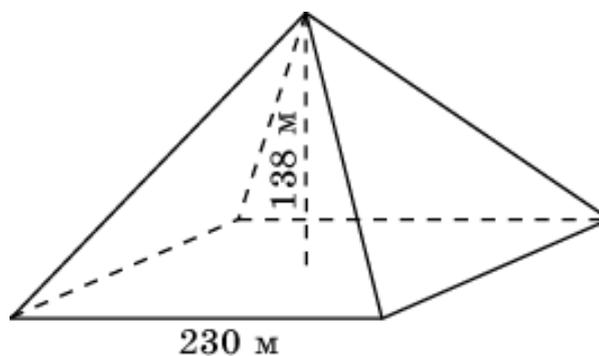
4. Какова должна быть площадь кабинета высотой 3,5 м для класса в 28 человек, если на каждого ученика нужно  $7,5 \text{ м}^3$  воздуха?



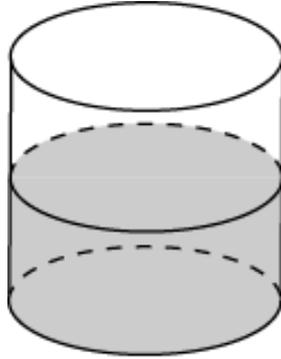
5. Прямолинейный участок дороги шириной 10 м и длиной 100 м требуется покрыть асфальтом толщиной 5 см. Сколько потребуется машин асфальта, если объемный вес асфальта равен  $2,4 \text{ т/м}^3$ , а грузоподъемность одной машины – 5 тонн?



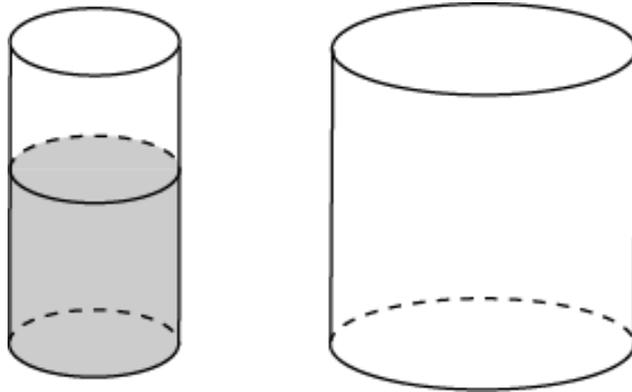
6. Пирамида Хеопса имеет форму правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 230 м, а высота около 138 м. Найдите ее объем в кубических метрах.



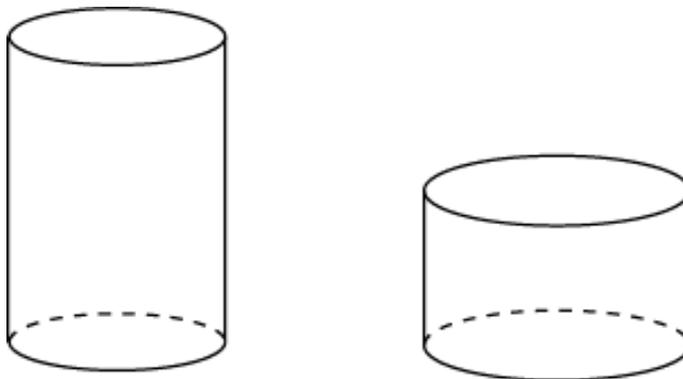
7. В цилиндрический сосуд, в котором находится  $6 \text{ дм}^3$  воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали в кубических дециметрах?



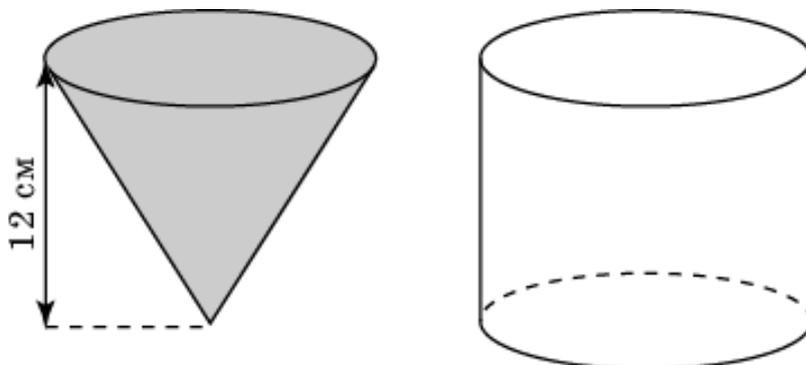
8. Воду, находящуюся в цилиндрическом сосуде на уровне 12 см, перелили в цилиндрический сосуд, в два раза большего диаметра. На какой высоте будет находиться уровень воды во втором сосуде?



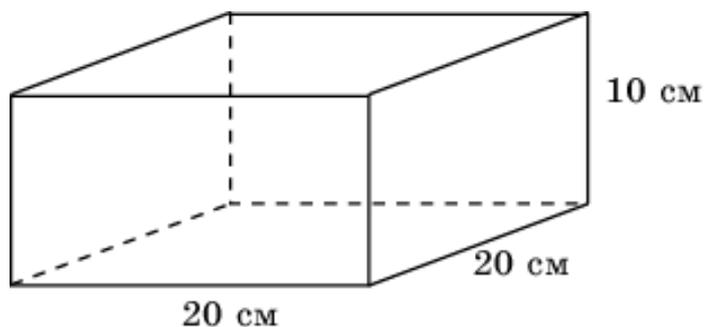
9. Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объема второй кружки к объему первой.



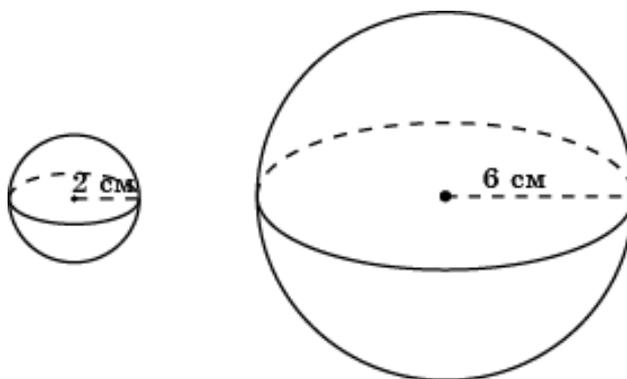
10. Воду, заполняющую всю коническую колбу высотой 12 см, перелили в цилиндрический сосуд, радиус основания которого равен радиусу окружности конической колбы. На какой высоте от основания цилиндрического сосуда будет находиться поверхность воды?



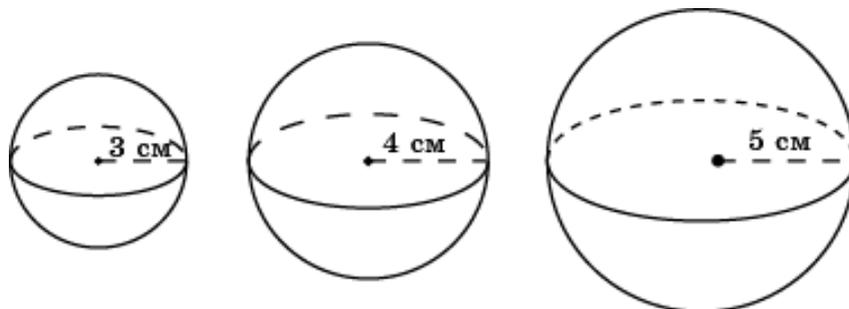
11. Медный прямоугольный параллелепипед, ребра которого равны 20 см, 20 см и 10 см, переплавлен в шар. Найдите радиус шара. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



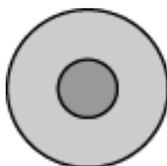
12. Сколько нужно взять медных шаров радиуса 2 см, чтобы из них можно было выплавить шар радиуса 6 см?



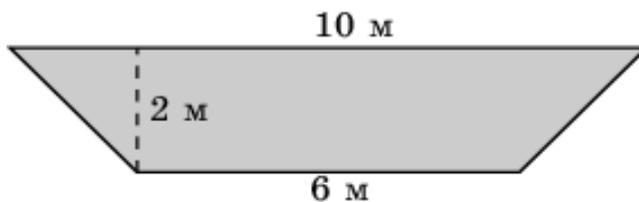
13. Найдите радиус шара, который можно выплавить из трех медных шаров радиусов 3 см, 4 см и 5 см.



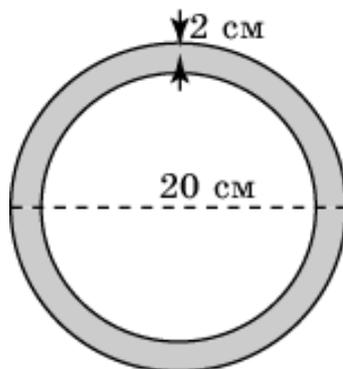
14. Мякоть вишни окружает косточку толщиной, равной диаметру косточки. Считая шарообразной форму вишни и косточки, найдите отношение объема мякоти к объему косточки.



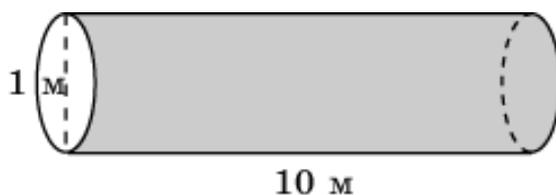
15. Профиль русла реки имеет форму равнобедренной трапеции, основания которой равны 10 м и 6 м, а высота – 2 м. Скорость течения равна 1 м/сек. Какой объем воды проходит через этот профиль за 1 мин? Ответ дайте в кубических метрах.



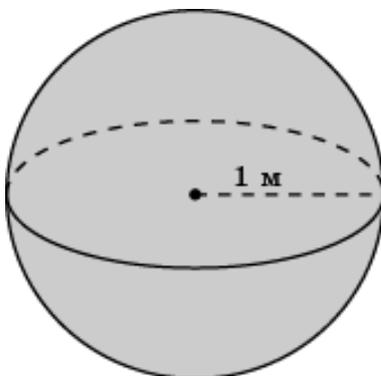
16. Чугунная труба имеет длину 2 м и внешний диаметр 20 см. Толщина стенок трубы равна 2 см. Найдите вес трубы, если удельный вес чугуна примерно равен  $7,5 \text{ г/см}^3$ . Ответ дайте в килограммах. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



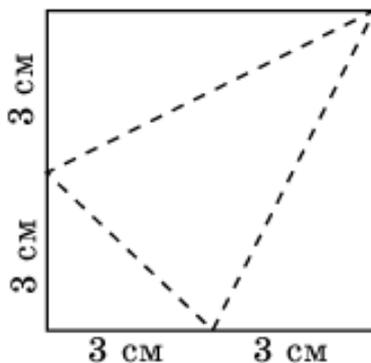
17. Какой объем краски потребуется, чтобы окрасить внешнюю поверхность цилиндрической трубы диаметра 1 м и длины 10 м слоем краски в 1 мм? Ответ дайте в кубических дециметрах. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



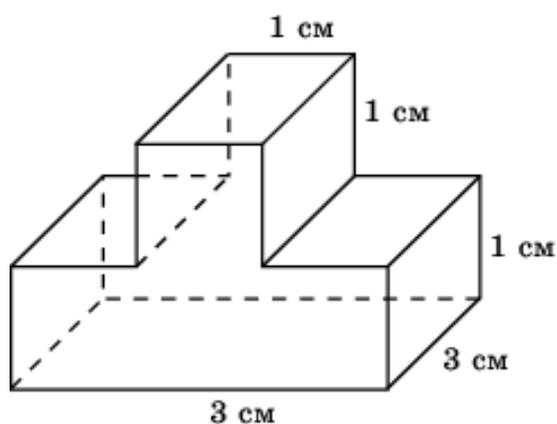
18. Какой объем краски потребуется, чтобы окрасить поверхность шара радиуса 1 м слоем краски в 0,5 мм? Ответ дайте в кубических дециметрах. (Примите  $\pi \approx 3$ .)



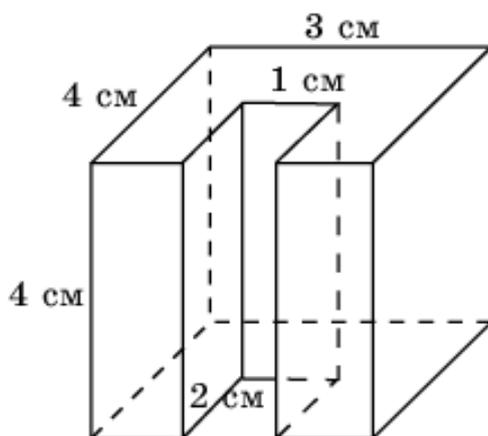
19. Квадратный лист бумаги со стороной 6 см перегнули по пунктирным линиям, показанным на рисунке, и сложили треугольную пирамиду. Найдите ее объем.



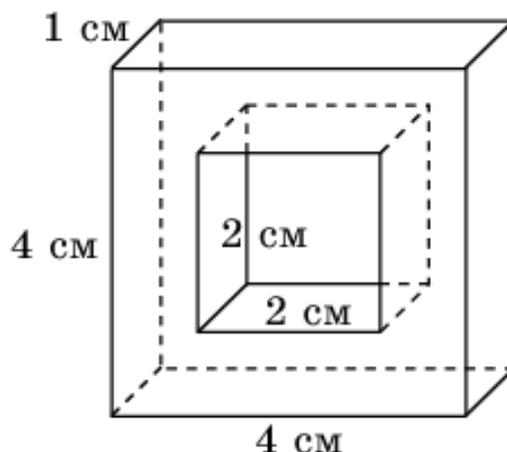
20. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все двугранные углы – прямые).



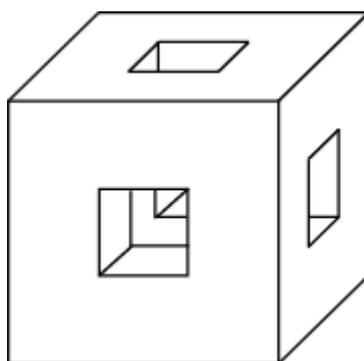
21. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все двугранные углы – прямые).



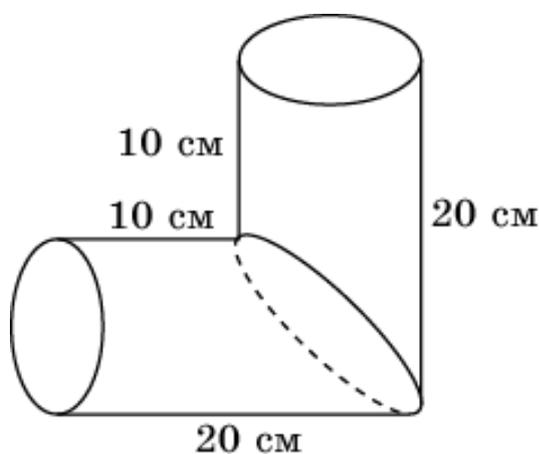
22. Найдите объем детали, изображенной на рисунке (все двугранные углы – прямые).



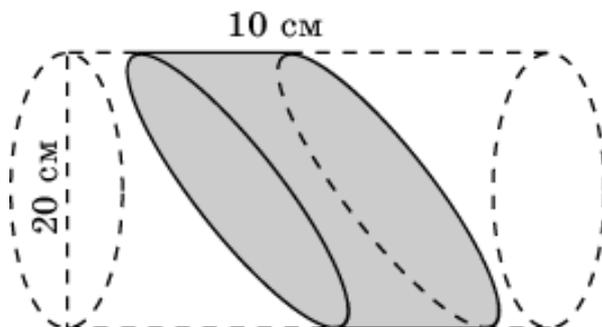
23. В каждой грани медного куба с ребром 6 см проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 2 см. Найдите вес оставшейся части, считая удельный вес меди приблизительно равным  $0,9 \text{ г/см}^3$ .



24. Найдите объем детали, изображенной на рисунке, составленной из двух частей цилиндров. (Примите  $\pi \approx 3$ ).



25. Найдите объем детали, изображенной на рисунке, вырезанной из цилиндра. (Примите  $\pi \approx 3$ .)

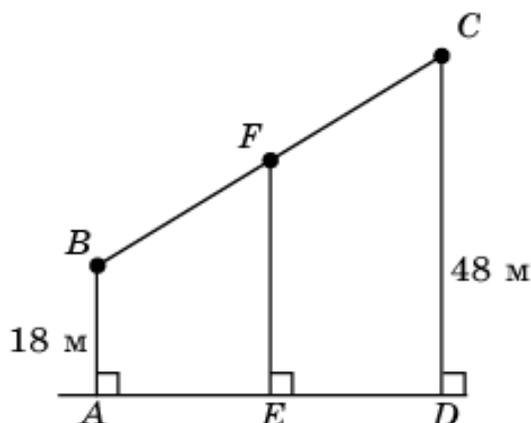


26. Диаметр Солнца примерно в 400 раз больше диаметра Луны. Во сколько раз объем Солнца больше объема Луны?

## Ответы и решения

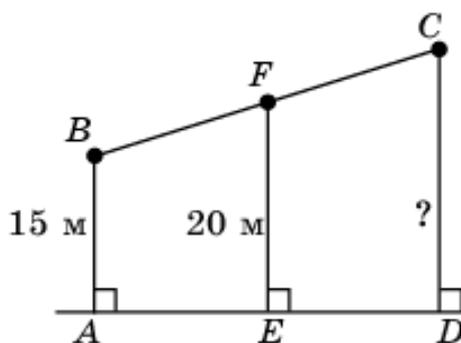
### 1. Расстояния. Теорема Пифагора

1. Четырехугольник  $ABCD$  – трапеция, в которой искомый отрезок  $EF$  – средняя линия. Следовательно,  $EF = 33$  м.



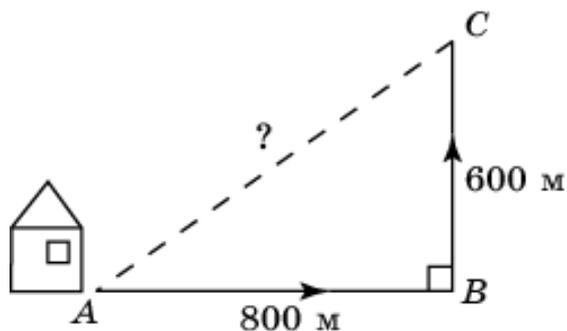
Ответ. 33.

2. Четырехугольник  $ABCD$  – трапеция,  $EF$  – средняя линия. Следовательно, искомый отрезок  $CD$  равен 25 м.



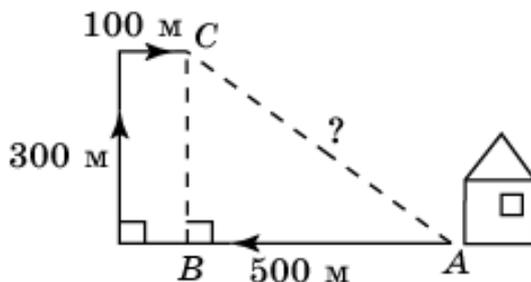
Ответ. 25.

3. Треугольник  $ABC$  – прямоугольный. По теореме Пифагора  $AC = 1000$  м.



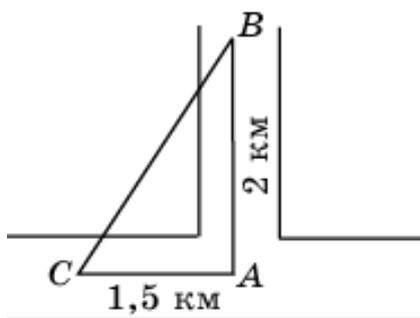
Ответ. 1000.

4. Треугольник  $ABC$  – прямоугольный,  $AB = 400$  м,  $BC = 300$  м. По теореме Пифагора  $AC = 500$  м.



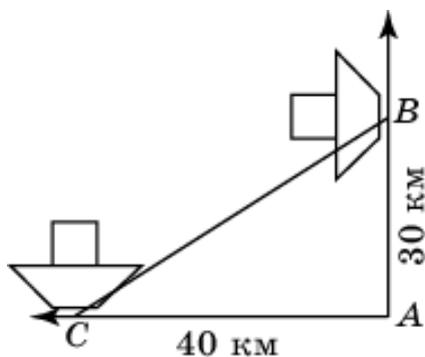
Ответ. 500.

5. Через 30 мин мальчик пройдет 2 км, девочка – 1,5 км. Расстояние  $BC$  между ними будет равно 2,5 км.



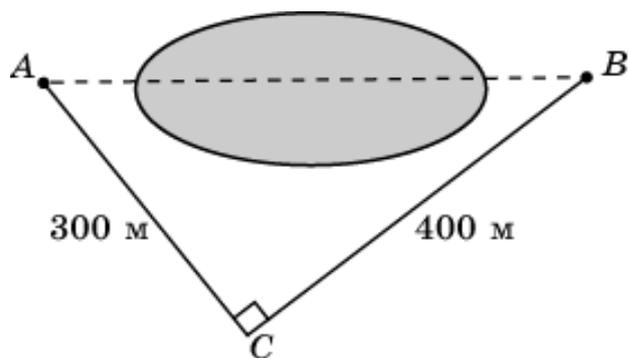
Ответ. 2,5.

6. Через два часа пароходы пройдут соответственно 30 км и 40 км. Расстояние между ними будет равно 50 км.



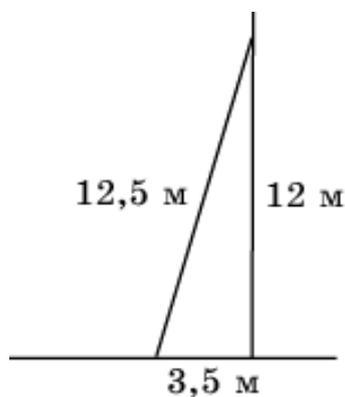
Ответ. 50.

7. По теореме Пифагора  $AB = 500$  м.



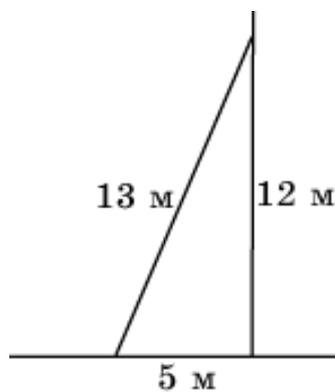
Ответ. 500.

8. По теореме Пифагора верхний конец лестницы будет находиться на расстоянии 12 м от земли.



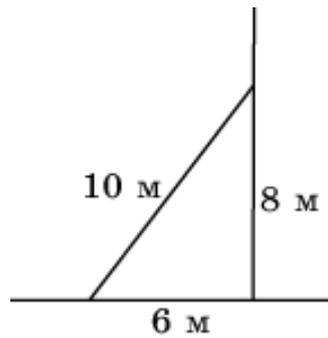
Ответ. 12.

9. Нижний конец лестницы следует отодвинуть от стены дома на расстояние 5 м?



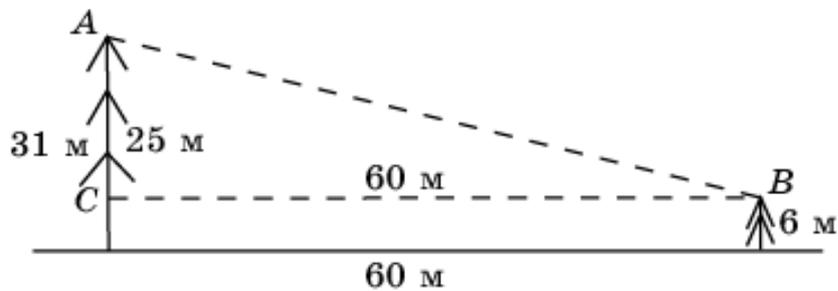
Ответ. 5.

10. Лестница должна иметь длину, равную 10 м.



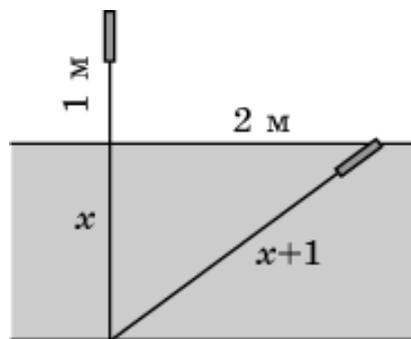
Ответ. 10.

11. Из прямоугольного треугольника  $ABC$  находим  $AB = 65$  м.



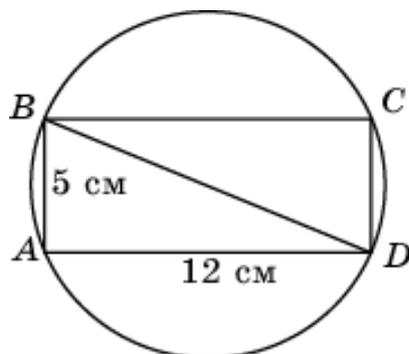
Ответ. 65.

12. Обозначим глубину озера  $x$ . Тогда по теореме Пифагора  $x^2 + 2 = (x + 1)^2$ .  
Решая это уравнение, находим  $x = 1,5$ . Значит, глубина озера равна 1,5 м.



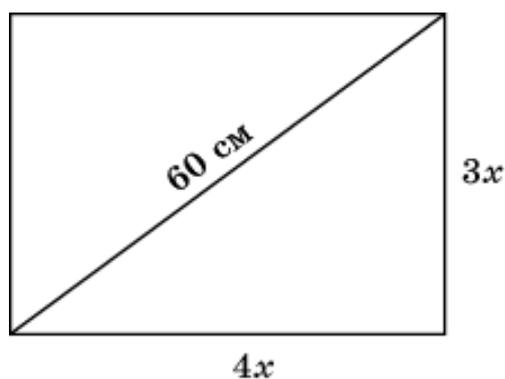
Ответ. 1,5.

13. Наименьшим диаметром является диагональ прямоугольника  $ABCD$ , которая равна 13 см.



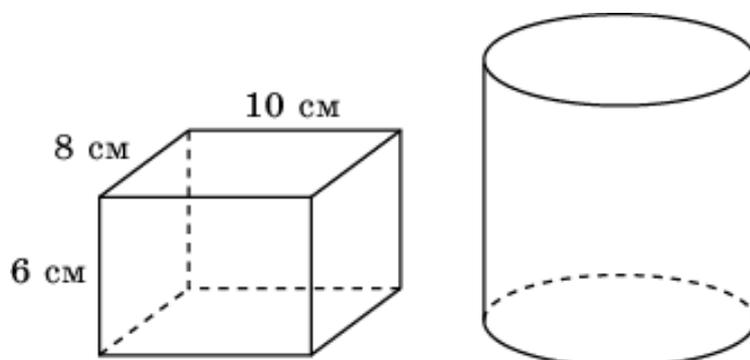
Ответ. 13.

14. Пусть ширина экрана равна  $4x$ , а высота  $3x$ . Тогда диагональ равна  $5x$ . Учитывая, что диагональ равна 60 см, находим  $x = 12$ . Следовательно, ширина экрана равна 48 см.



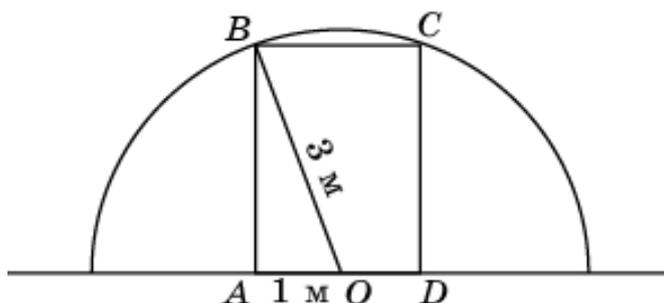
Ответ. 48.

15. Наименьший диаметр цилиндрического сосуда равен диагонали прямоугольника со сторонами 6 см и 8 см, т.е. равен 10 см.



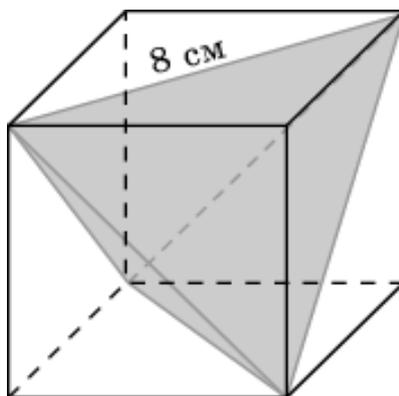
Ответ. 10.

16. Наименьшая высота машины равна катету  $AB$  прямоугольного треугольника  $OAB$ , где  $O$  – центр круга. Она равна  $2\sqrt{2}$  м. Ее приближенное значение равно 2,8 м.



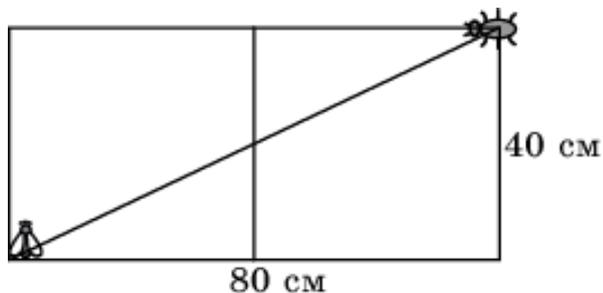
Ответ. 2,8.

17. Если тетраэдр поместить так, как показано на рисунке, то ребро кубической коробки равно  $4\sqrt{2}$  см. Приближенное значение равно 6 см.



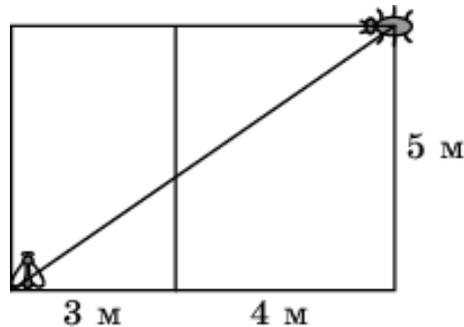
Ответ. 6.

18. Развертка двух соседних граней поверхности коробки представляет собой прямоугольник со сторонами 80 см и 40 см. Искомый кратчайший путь равен диагонали этого прямоугольника, т.е. равен  $40\sqrt{5}$  см. Приближенное значение равно 89 см.



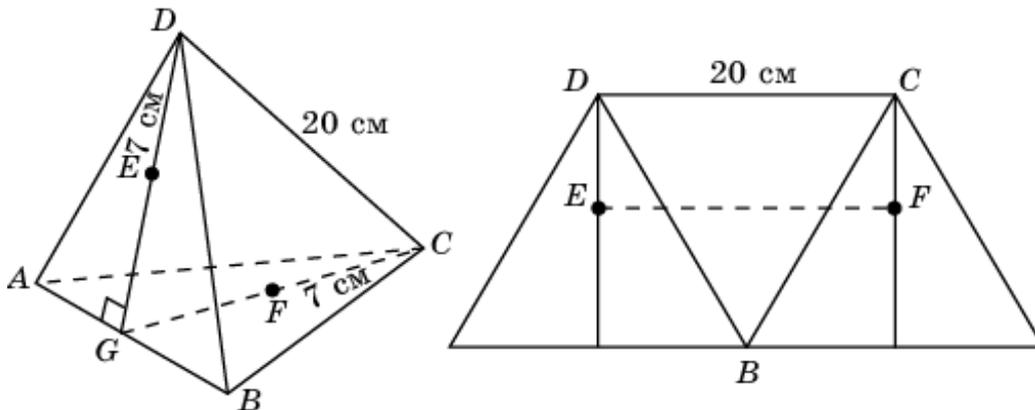
Ответ. 89.

19. Искомый кратчайший путь равен диагонали прямоугольника со сторонами 7 м и 5 м, т.е. равен  $\sqrt{74}$  м. Приближенное значение равно 8,6 м.



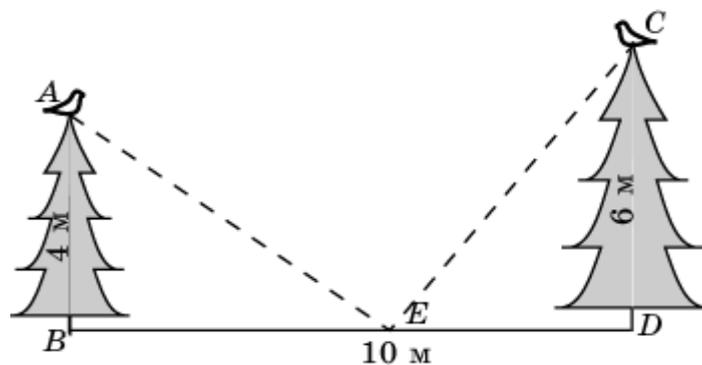
Ответ. 8,6.

20. На рисунке показана развертка трех граней тетраэдра. Высоты  $CG$  и  $DG$  двух граней тетраэдра равны  $10\sqrt{3}$  см, что больше 17 см. Значит, длина пути  $EGF$  больше 20 см. Следовательно, кратчайшим путем является путь  $EF$ , показанный на развертке, который равен 20 см.



Ответ. 20.

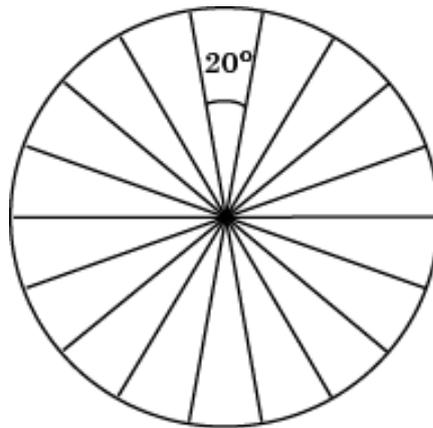
21. Пусть  $BE = x$ . Тогда  $AE^2 = 16 + x^2$ ,  $CE^2 = 36 + (10 - x)^2$ . Приравняв  $AE^2$  и  $CE^2$ , находим, что  $BE = 6$  м.



Ответ. 6.

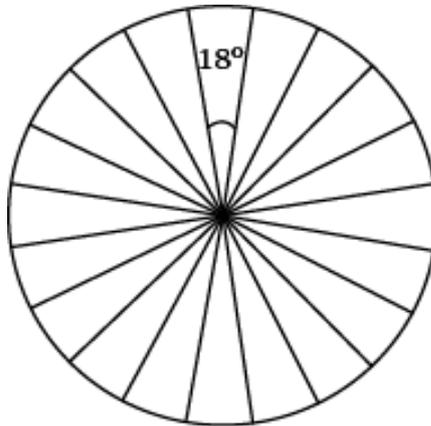
## 2. УГЛЫ

1. Угол между соседними спицами равен  $360^\circ:18 = 20^\circ$ .



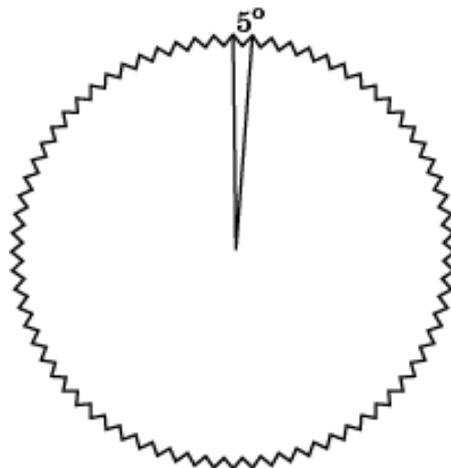
Ответ. 20.

2. Число спиц равно  $360:18 = 20$ .



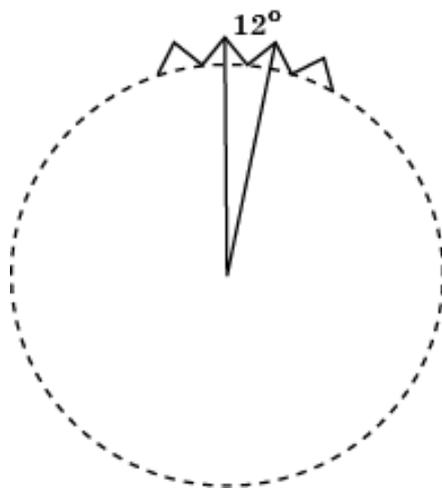
Ответ. 20.

3. Дуга окружности, заключенная между серединами двух соседних зубцов, содержит  $360^\circ:72 = 5^\circ$ .



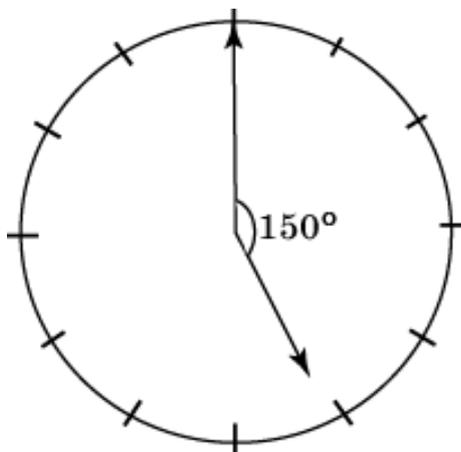
Ответ. 5.

4. Колесо зубчатой передачи имеет  $360:12 = 30$  (зубцов).



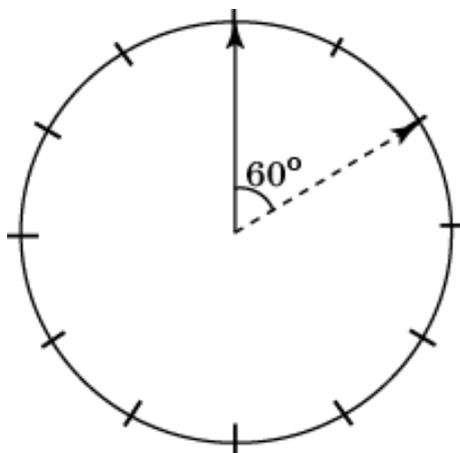
Ответ. 30.

5. Минутная и часовая стрелки часов в 5 ч образуют угол, равный  $150^\circ$ .



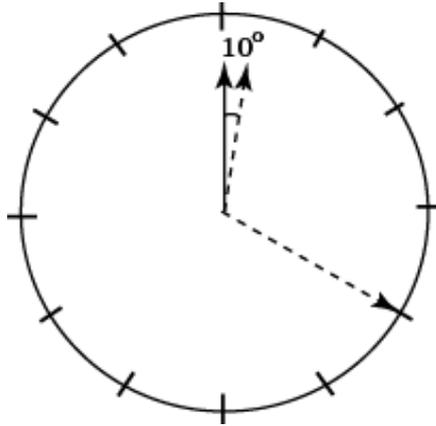
Ответ. 150.

6. За 10 минут минутная стрелка описывает угол, равный  $60^\circ$ .



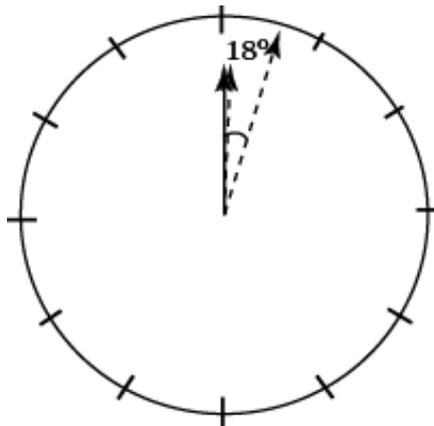
Ответ. 60.

7. За 1 час часовая стрелка описывает угол, равный  $30^\circ$ . Следовательно, за 20 минут часовая стрелка опишет угол, равный  $10^\circ$ .



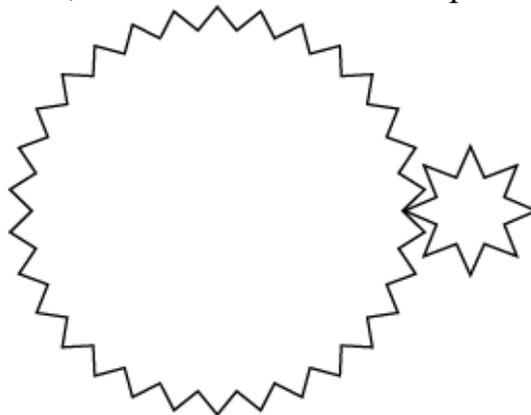
Ответ. 10.

8. За время пока часовая стрелка поворачивается на  $30^\circ$ , минутная стрелка поворачивается на  $360^\circ$ . Следовательно, пока часовая проходит  $1^\circ 30'$ , минутная стрелка повернется на угол, равный  $18^\circ$ .



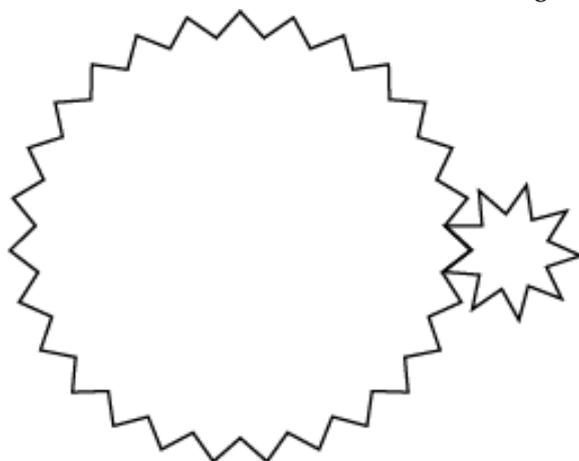
Ответ. 18.

9. Зубчатое колесо с 32 зубцами делает в 4 раза меньше оборотов в минуту, чем колесо с 8 зубцами, т.е. искомое число оборотов равно 3.



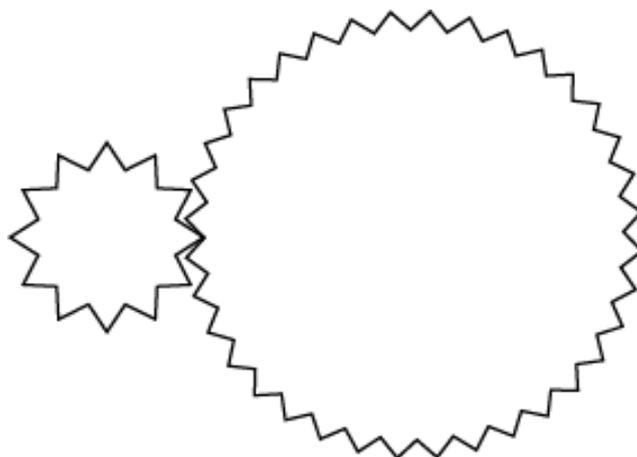
Ответ. 3.

10. Большее колесо повернется на угол, равный  $\frac{3 \cdot 360^\circ}{8} = 135^\circ$ .



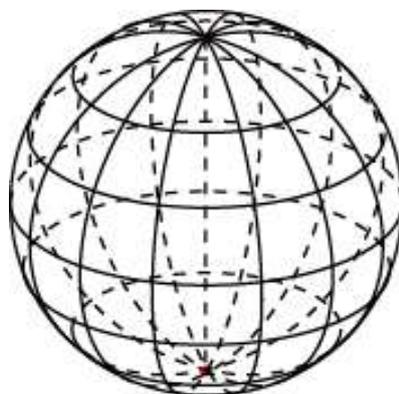
Ответ. 135.

11. Второе зубчатое колесо имеет в три раза больше зубцов, чем первое, т.е. оно имеет 36 зубцов.



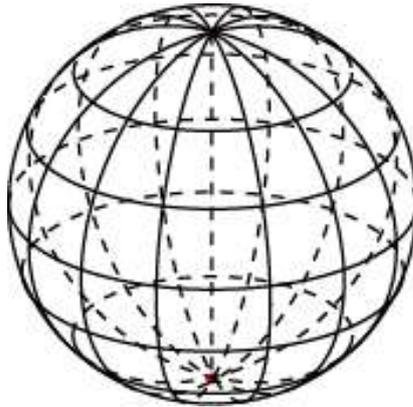
Ответ. 36.

12. Так как за 24 часа Земля поворачивается вокруг своей оси на угол  $360^\circ$ , то за 8 часов Земля повернется на угол, равный  $360^\circ : 3$ , т.е. на угол  $120^\circ$ .



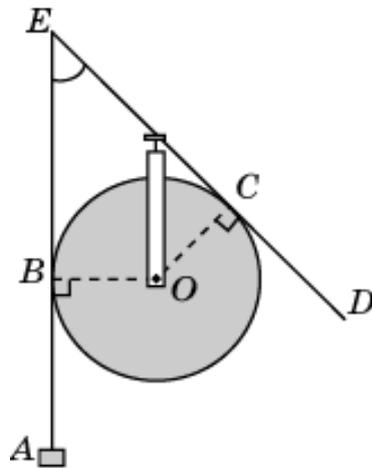
Ответ. 120.

13. На  $90^\circ$  Земля поворачивается вокруг своей оси за 6 часов.



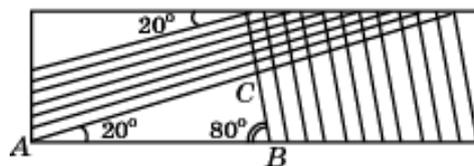
Ответ. 6.

14. Искомый угол равен углу  $E$  четырехугольника  $OBEC$ . Учитывая, что сумма углов четырехугольника равна  $360^\circ$ , угол  $BOC$  равен  $135^\circ$ , а углы  $OBE$  и  $OCE$  равны  $90^\circ$ , получаем, что угол между прямыми  $AB$  и  $CD$  равен  $45^\circ$ .



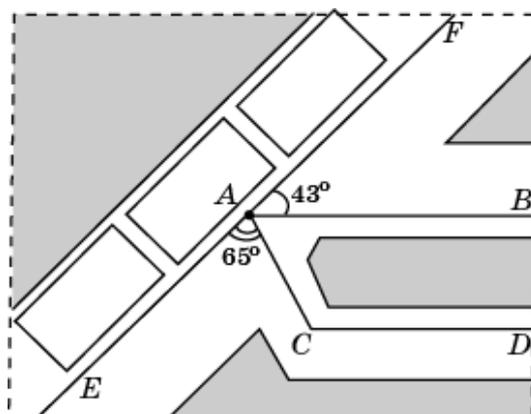
Ответ. 45.

15. Искомый угол равен углу  $C$  треугольника  $ABC$ , т.е. равен  $80^\circ$ .



Ответ. 80.

16. Угол  $BAC$  равен  $72^\circ$ . Сумма углов  $BAC$  и  $ACD$  равна  $180^\circ$ . Следовательно, искомый угол  $ACD$  равен  $108^\circ$ .



Ответ. 108.

17. В  $1^\circ 30'$  содержится  $\frac{6000}{360} \cdot \frac{3}{2} = 25$  (тысячных).

Ответ. 25.

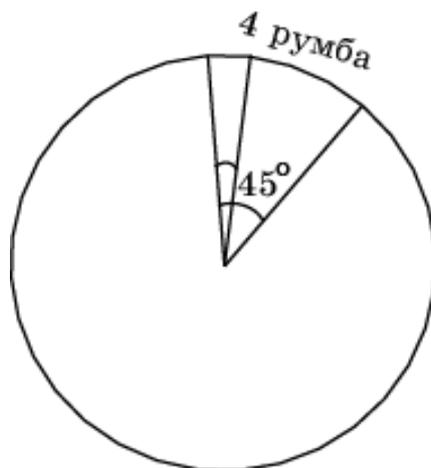
18. 100 тысячных составляют  $\frac{360^\circ}{6000} \cdot 100 = 6^\circ$ .

Ответ. 6.

19. Так как преобразование подобия сохраняет углы, то величина угла не изменится и будет равна  $1,5^\circ$ .

Ответ. 1,5.

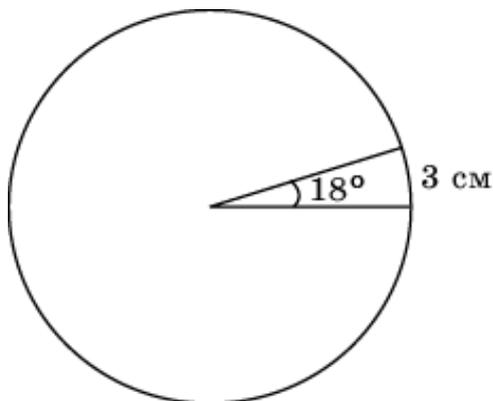
20. 4 румба составляют  $\frac{360^\circ}{32} \cdot 4 = 45^\circ$ .



Ответ. 45.

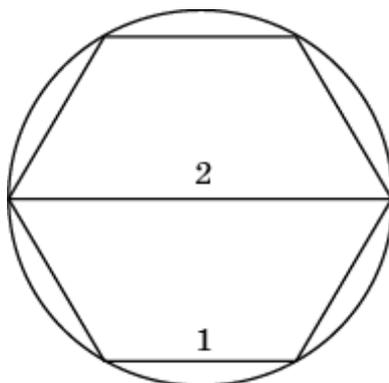
### 3. Окружность

1. Длина дуги окружности равна  $60 \cdot \frac{18}{360} = 3$  (см).



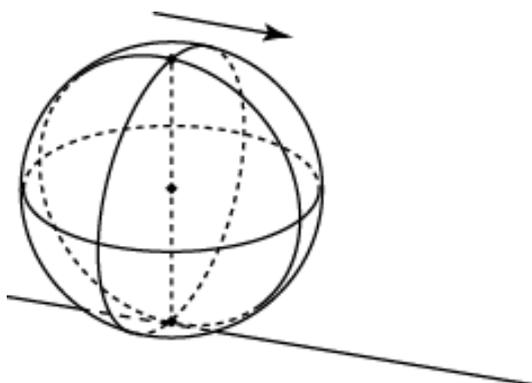
Ответ. 3.

2. Сторона правильного шестиугольника, вписанного в единичную окружность, равна 1. Его периметр равен 6. Учитывая, что число  $\pi$  равно отношению длины окружности к ее диаметру, получаем, что приближенное значение числа  $\pi$  будет равно 3.



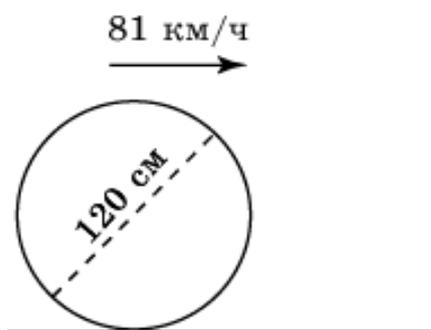
Ответ. 3.

3. За один оборот шар откатывается на  $\pi$  метров. Значит, откатившись на 10 метром, шар сделает три полных оборота.



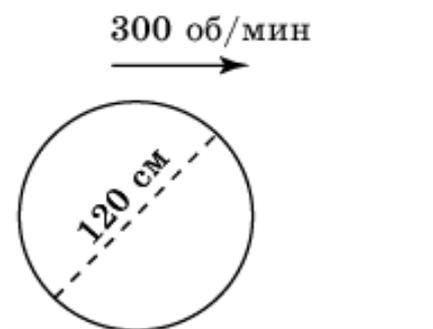
Ответ. 3.

4. Длина окружности колеса, если принять  $\pi \approx 3$ , примерно равна 360 см. За одну минуту поезд проходит 1350 м. Следовательно, за одну минуту колесо делает  $135000:360 = 375$  (оборотов).



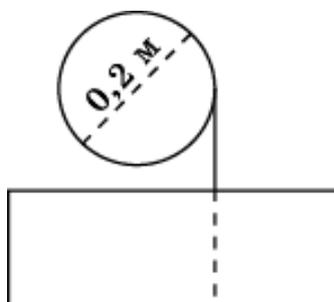
Ответ. 375.

5. Если принять  $\pi \approx 3$ , то длина окружности колеса примерно равна 360 см. За одну минуту оно пройдет 1080 м, а за один час 64,8 км. Таким образом, скорость поезда составляет 64,8 км/ч.



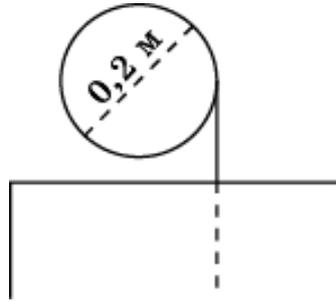
Ответ. 64,8.

6. Если принять  $\pi \approx 3$ , то длина окружности вала равна 0,6 м. Глубина колодца равна  $0,6 \cdot 20 = 12$  (м).



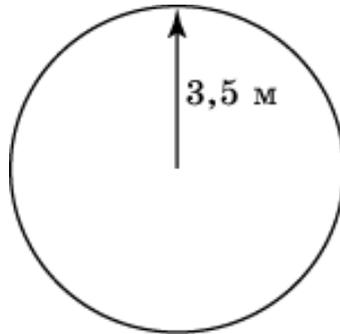
Ответ. 12.

7. Если принять  $\pi \approx 3$ , то длина окружности вала равна 0,6 м. Для того чтобы поднять воду из колодца глубиной 9 м, вал должен сделать  $9:0,6 = 15$  (оборотов).



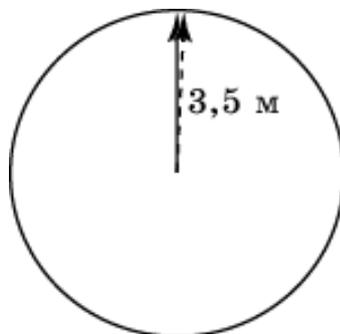
Ответ. 15.

8. Если принять  $\pi \approx 3$ , то длина окружности, которую описывает минутная стрелка длиной 3,5 м в течение одного часа, равна 21 м.



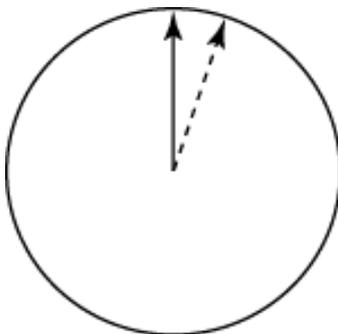
Ответ. 21.

9. Длина всей окружности равна 21 м. Длина дуги окружности, соответствующей одной минуте, составляет одну шестидесятую часть окружности и, следовательно, равна 35 см.



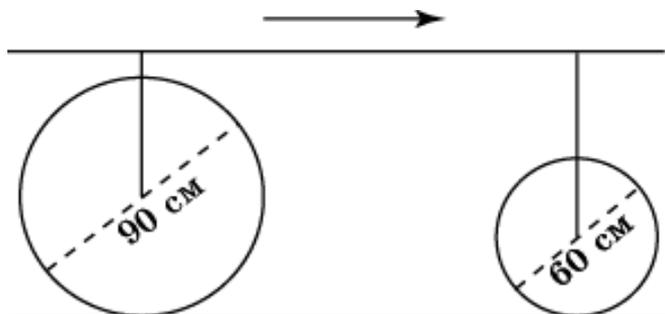
Ответ. 35.

10. Длина всей окружности равна 21 м. 105 см составляют одну двадцатую часть длины окружности. Конец минутной стрелки пройдет этот путь за 3 минуты.



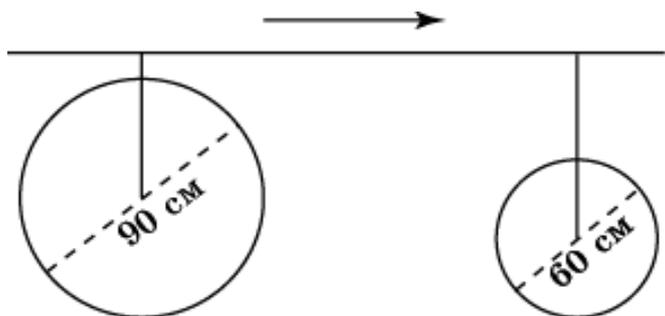
Ответ. 3.

11. Телега проехала 5,4 км. Так как длина окружности переднего колеса примерно равна 180 см, то оно сделает  $\frac{540000}{180} = 3000$  (оборотов). Так как диаметр заднего колеса в 1,5 раза больше переднего, то оно сделает в 1,5 раза оборотов меньше, т.е. 2000 оборотов. Таким образом, переднее колесо сделает на 1000 оборотов больше заднего.



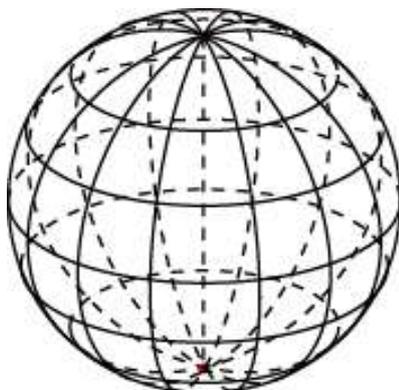
Ответ. 1000.

12. Пусть заднее колесо сделало  $x$  оборотов. Тогда имеет место равенство  $270x = 180(x + 100)$ . Откуда находим  $x = 200$  и, следовательно, телега проехала 540 м.



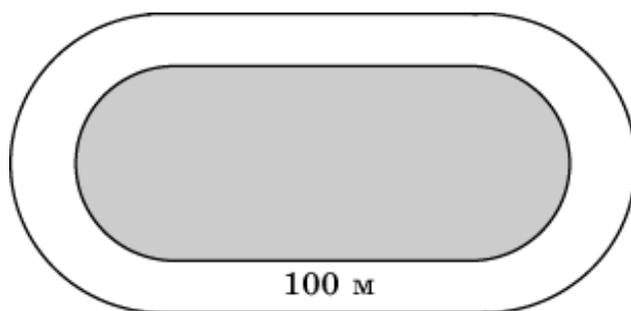
Ответ. 540.

13. Если радиус окружности увеличить на 1 м, то длина окружности увеличится на  $2\pi \approx 6$  (м).



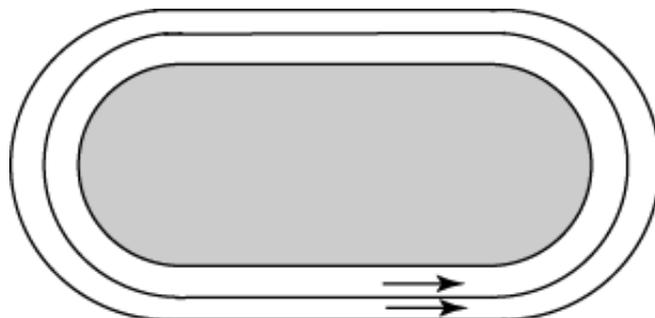
Ответ. 6.

14. Суммарная длина двух криволинейных участков беговой дорожки равна длине окружности и равна 200 м. Диаметр этой окружности равен ширине  $l$  поля стадиона и равен  $200/\pi$ . Следовательно,  $l\pi = 200$ .



Ответ. 200.

15. Разность длин дорожек равна разности длин криволинейных участков дорожек. Длины криволинейных участков равны длинам окружностей, радиус одной из которых на 2 м больше другой. Следовательно, длина одной окружности на  $4\pi \approx 12$  (м) больше другой и, значит, спортсмен, бегущий по внешней дорожке, должен находиться на 12 м впереди другого.



Ответ. 12.

16. Москва и Новороссийск расположены примерно на одном меридиане под  $56^\circ$  и  $44^\circ$  северной широты соответственно. Величина соответствующего центрального угла составляет  $12^\circ$ , т.е. одну тридцатую величины всей окружности. Следовательно, расстояние между Москвой и Новороссийском равно  $40000/30 \approx 1333$  (км).



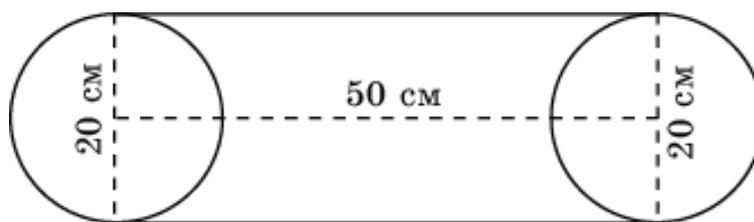
Ответ. 1333.

17. Примерная величина дуги большой окружности между Москвой и Вашингтоном составляет  $\frac{7800 \cdot 360}{40000} \approx 70$  (градусов).



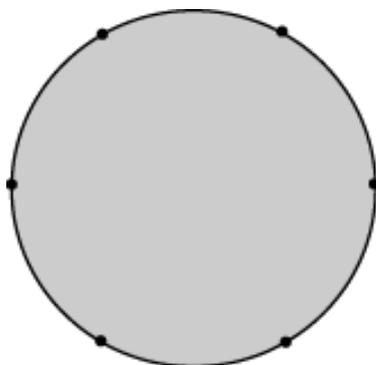
Ответ. 70.

18. Длина приводного ремня складывается из двух прямолинейных участков, суммарная длина которых равна 100 см, и двух криволинейных участков, суммарная длина которых равна длине окружности диаметра 20 см. Принимая  $\pi \approx 3$ , получим, что длина приводного ремня примерно равна 160 см.



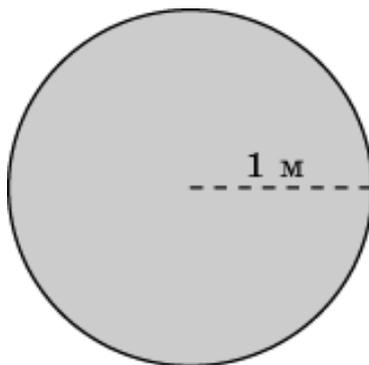
Ответ. 160.

19. Для того чтобы на каждого из сидящих за столом шести человек приходилось 80 см по окружности стола, нужно, чтобы длина окружности была равна 480 см. Принимая  $\pi \approx 3$ , получаем, что диаметр стола должен быть равен 160 см.



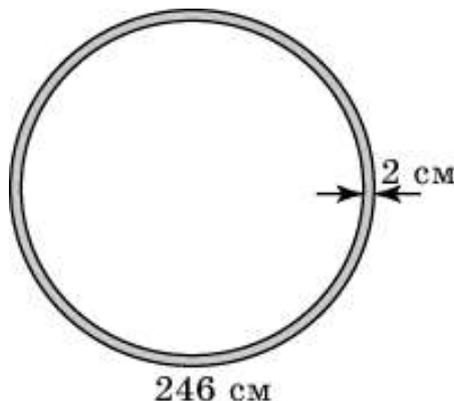
Ответ. 160.

20. Принимая  $\pi \approx 3$ , получим, что длина окружности стола равна 6 м. Следовательно, за таким столом можно рассадить 10 человек так, чтобы на каждого человека приходилось не менее 60 см длины дуги окружности стола?



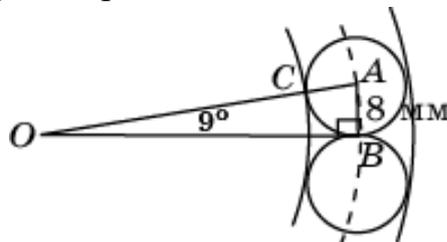
Ответ. 10.

21. Принимая  $\pi \approx 3$ , получим, что диаметр трубы приближенно равен  $\frac{246}{3} = 82$  (см). Следовательно, внутренний диаметр сечения трубы равен 78 см.



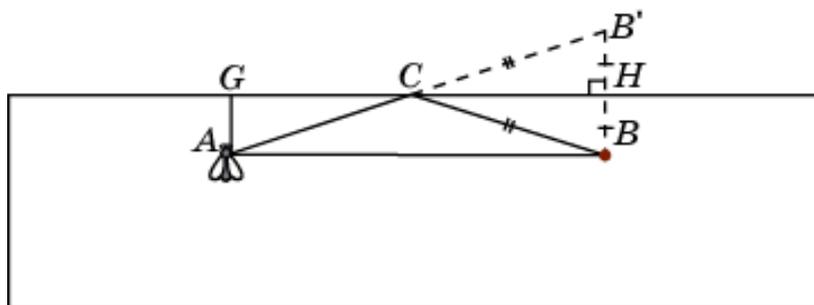
Ответ. 78.

22. Угол  $AOB$ , образованный радиусами, проведенными из центра  $O$  в центр шарика  $A$  и в точку касания  $B$ , равен  $9^\circ$ . Треугольник  $AOB$  – прямоугольный, угол  $B$  равен  $90^\circ$ , катет  $AB$  равен 8 мм. По таблице тригонометрических функций находим  $\sin 9^\circ = 0,16$  и, следовательно,  $OA = 50$  мм. Искомый радиус  $OC$  равен 42 мм.



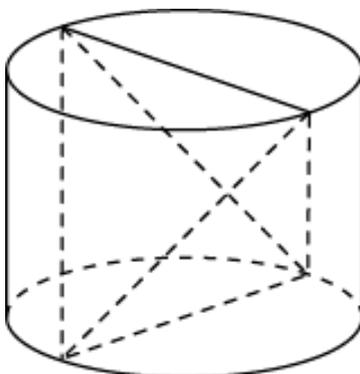
Ответ. 42.

23. Рассмотрим развертку боковой поверхности цилиндрической банки. Кратчайшим путем из  $A$  в  $B$  является путь  $ACB$ , длина которого равна длине отрезка  $AB'$ . Учитывая, что катет  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABB'$  равен половине длины окружности, а катет  $BB'$  равен 5 см, то искомое кратчайшее расстояние равно  $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$  (см).



Ответ. 13.

24. Тетраэдр можно поместить в банку так, как показано на рисунке. В этом случае диаметр банки равен ребру тетраэдра, т.е. радиус банки равен 3 см.



Ответ. 3.

25. Так как длина окружности радиуса 60 см приблизительно равна 360 см, то центральный угол, опирающийся на дугу 1 см, равен  $1^\circ$ . Таким образом, человек видит ноготь своего указательного пальца вытянутой руки под углом  $1^\circ$ .

Ответ. 1.

26. Если длина дуги окружности в  $1^\circ$  составляет 120 см, то длина всей окружности составляет  $120 \cdot 360$  (см), а ее радиус будет примерно равен  $\frac{120 \cdot 360}{6} = 7200$  (см). Таким образом, стрелок находится на расстоянии 72 м от мишени.

Ответ. 72.

27. Если длина дуги окружности в  $12'$  составляет 1,7 м, то длина всей окружности составляет  $1,7 \cdot 5 \cdot 360$  (м), а ее радиус будет примерно равен  $\frac{1,7 \cdot 5 \cdot 360}{6} = 510$  (м). Таким образом, расстояние до человека равно 510 м.

Ответ. 510.

28. Если длина дуги окружности в  $30'$  составляет 8 м, то длина всей окружности составляет  $8 \cdot 2 \cdot 360$  (м), а ее радиус будет примерно равен  $\frac{8 \cdot 2 \cdot 360}{6} = 960$  (м). Таким образом, расстояние до телеграфного столба равно 960 м.

Ответ. 960.

29. Если длина дуги окружности в  $30'$  составляет 3400 км, то длина всей окружности составляет  $3400 \cdot 2 \cdot 360$  (км), а ее радиус будет примерно равен  $\frac{3400 \cdot 2 \cdot 360}{6} = 408000$  (км). Таким образом, расстояние от Земли до Луны равно 408000 км.

Ответ. 408000.

30. Если длина дуги окружности в  $30'$  составляет 1300000 км, то длина всей окружности составляет  $1300000 \cdot 2 \cdot 360$  (км), а ее радиус будет примерно равен  $\frac{1300000 \cdot 2 \cdot 360}{6} = 156000000$  (км). Таким образом, расстояние от Земли до Солнца равно 156000000 км.

Ответ. 156000000.

31. Длина окружности радиуса 408000 км равна 2448000. Диаметр Земли приближенно составляет одну сто восьмидесятую часть окружности. Соответствующий центральный угол равен  $2^\circ$ . Таким образом, Земля видна с поверхности Луны под углом  $2^\circ$ .

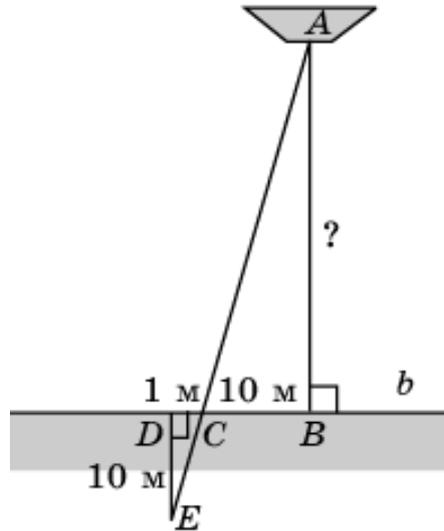
Ответ. 2.

32. Длина окружности радиуса 9000 м приближенно равна 54000 м. Дуга в 30 м составляет одну 1800-ю часть окружности. Соответствующий центральный угол равен  $12'$ . Таким образом, самолет виден под углом  $12'$ .

Ответ. 12.

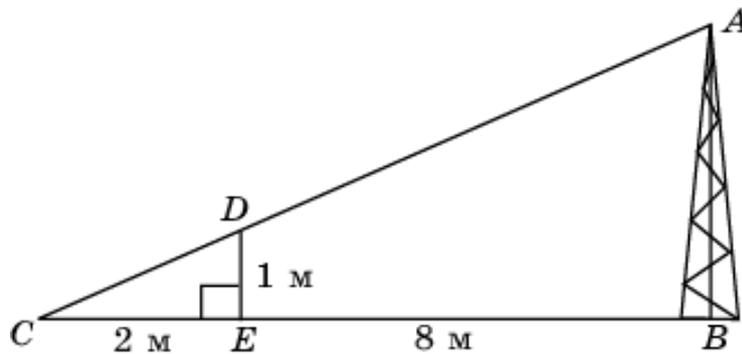
#### 4. Подобие

1. Треугольники  $ABC$  и  $EDC$  подобны. Коэффициент подобия равен 10. Следовательно,  $AB = 100$  м.



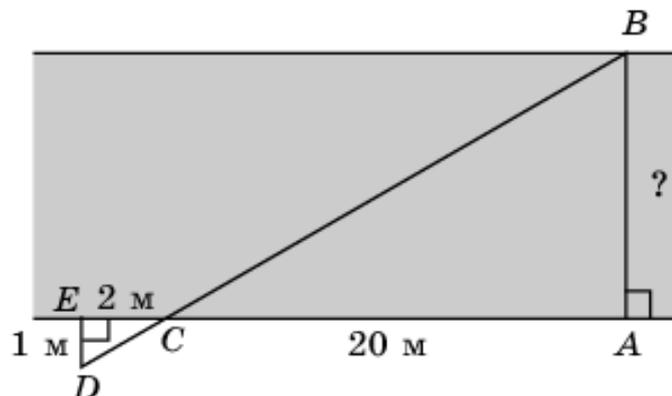
Ответ. 100.

2. Треугольники  $CDE$  и  $CAB$  подобны. Коэффициент подобия равен 5. Следовательно,  $AB = 5$  м.



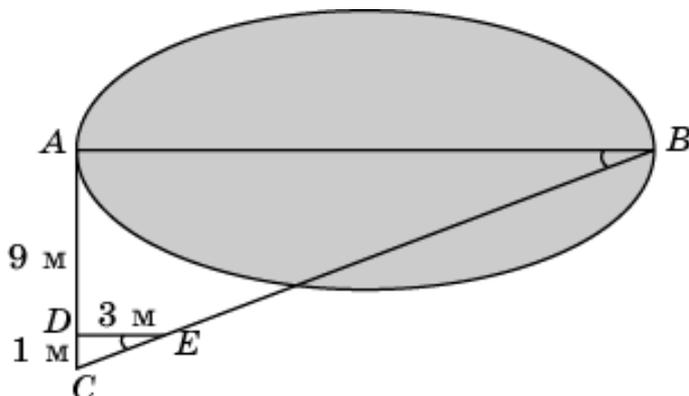
Ответ. 5.

3. Треугольники  $CDE$  и  $CBA$  подобны. Коэффициент подобия равен 10. Следовательно,  $AB = 10$  м.



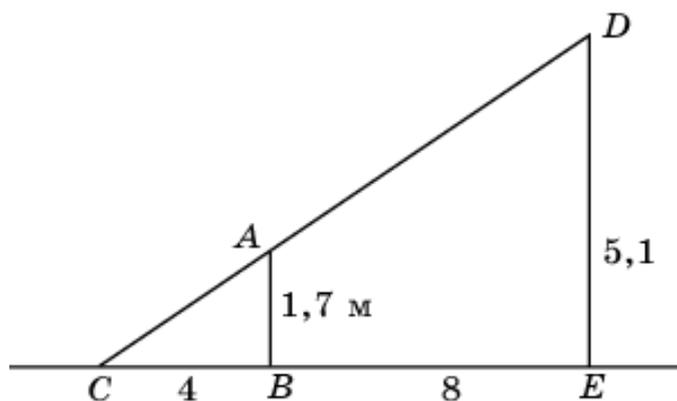
Ответ. 10.

4. Треугольники  $CDE$  и  $CAB$  подобны. Коэффициент подобия равен 10. Следовательно,  $AB = 30$  м.



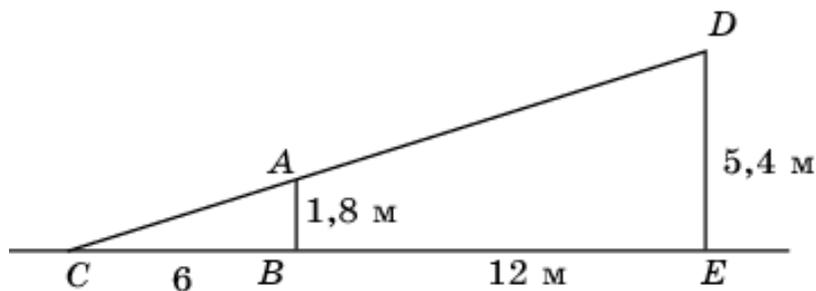
Ответ. 30.

5. Треугольники  $CAB$  и  $CDE$  подобны. Коэффициент подобия равен 3. Следовательно,  $DE = 5,1$  м.



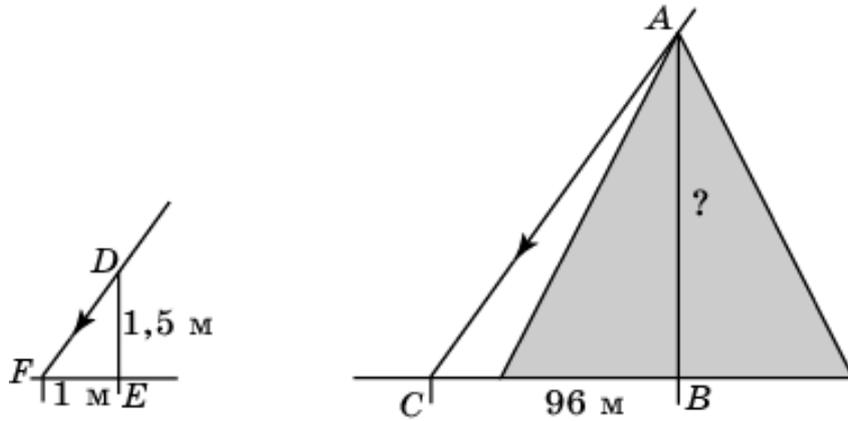
Ответ. 5,1.

6. Треугольники  $CAB$  и  $CDE$  подобны. Коэффициент подобия равен 3. Пусть  $BC = x$ . Тогда  $(x + 12):x = 3$ . Откуда  $x = 6$ . Итак, длина тени равна 6 м.



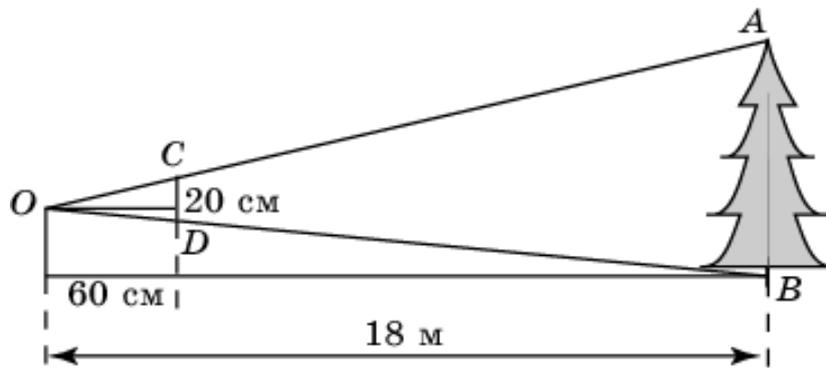
Ответ. 6.

7. Треугольники  $DEF$  и  $ABC$  подобны. Коэффициент подобия равен 96. Следовательно,  $AB = 144$  м.



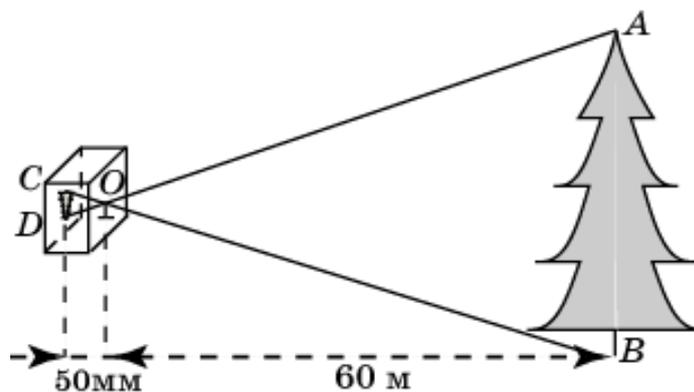
Ответ. 144.

8. Треугольники  $OCD$  и  $OAB$  подобны. Коэффициент подобия равен 30. Следовательно,  $AB = 6$  м.



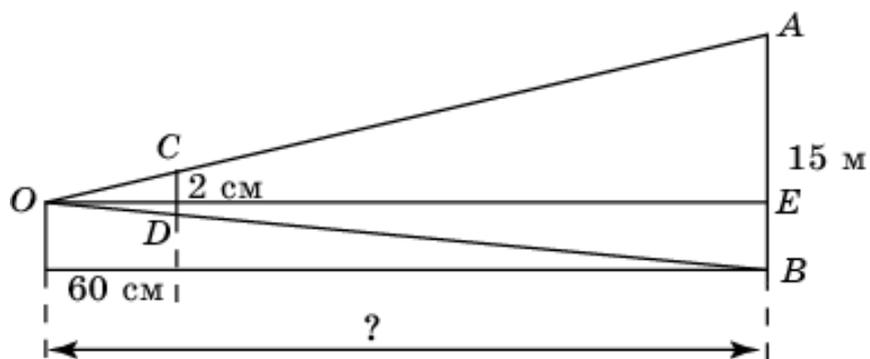
Ответ. 6.

9. Треугольники  $ODC$  и  $OAB$  подобны. Коэффициент подобия равен 1200. Следовательно,  $AB = 0,015 \cdot 1200 = 18$  (м).



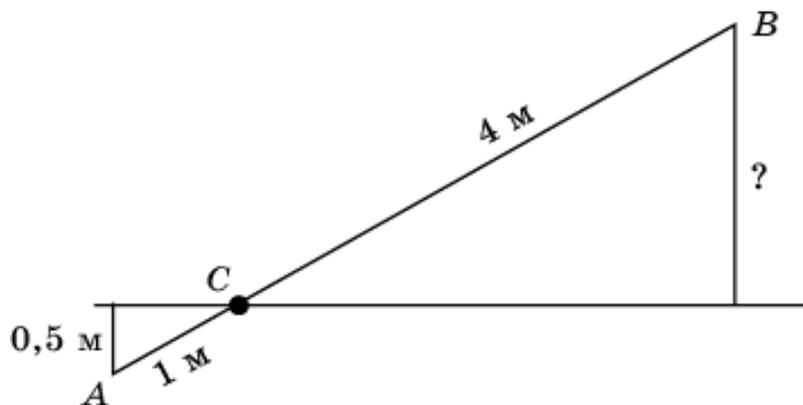
Ответ. 18.

10. Треугольники  $OCD$  и  $OAB$  подобны. Коэффициент подобия равен 750. Следовательно,  $OE = 0,6 \cdot 750 = 450$  (м).



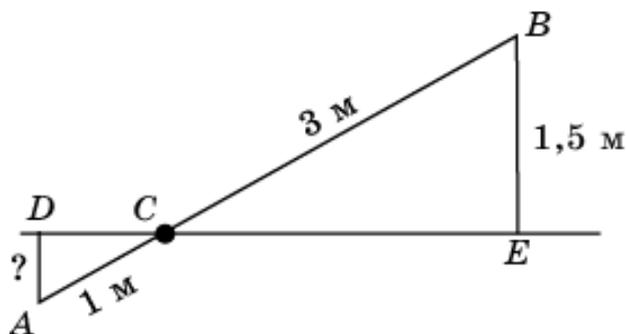
Ответ. 450.

11. Треугольники  $CAD$  and  $CBE$  подобны. Коэффициент подобия равен 4. Следовательно,  $BE = 2$  м.



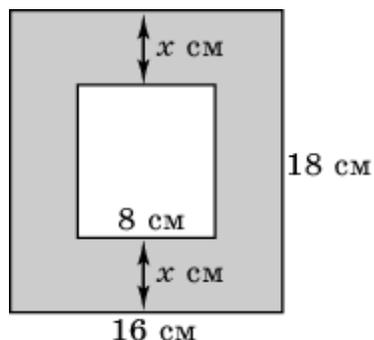
Ответ. 2.

12. Треугольники  $CAD$  and  $CBE$  подобны. Коэффициент подобия равен 3. Следовательно,  $AD = 0,5$  м.



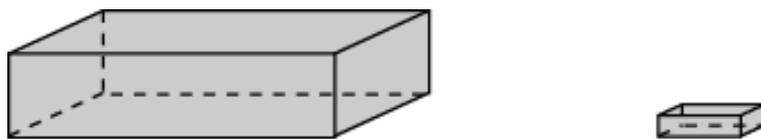
Ответ. 0,5.

13. Коэффициент подобия прямоугольников рамки и фотографии равен 2. Следовательно, высота фотографии равна 9 см, а ширина  $x$  рамки равна 4,5 см.



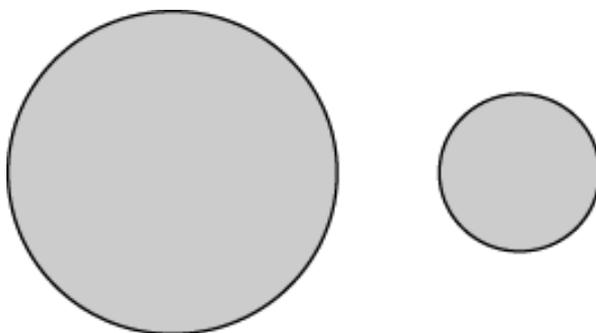
Ответ. 4,5.

14. Коэффициент подобия строительного и игрушечного кирпича равен 4. Следовательно, вес игрушечного кирпича в  $4^3$  раз меньше веса строительного кирпича, т.е. равен  $4000:64 = 62,5$  г.



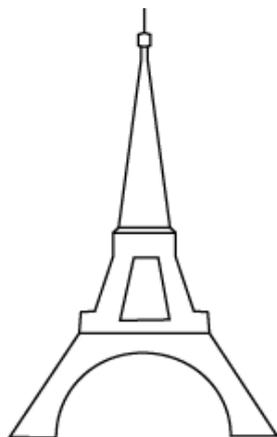
Ответ. 62,5.

15. Коэффициент подобия апельсина и мандарина равен 2. Следовательно, вес апельсина в 8 раз больше веса мандарина, т.е. равен 320 г.



Ответ. 320.

16. Коэффициент подобия Эйфелевой башни и ее копии равен 200. Следовательно, высота копии в 200 раз меньше высоты Эйфелевой башни, т.е. высота копии равна 150 см.



Ответ. 150.

17. Отношение расстояния до Луны к ее диаметру равно  $408000:3400=120$ . Следовательно, монету нужно удалить от наблюдателя на расстояние 120 см.

Ответ. 120.

18. Отношение расстояния до Луны к ее диаметру равно  $408000:3400=120$ . Следовательно, тарелку нужно удалить от наблюдателя на расстояние  $120 \cdot 0,25 = 30$  (м).

Ответ. 30.

19. Отношение расстояния до Солнца к расстоянию до Луны равно отношению их диаметров, т.е. равно  $1400000:3400 \approx 400$ .

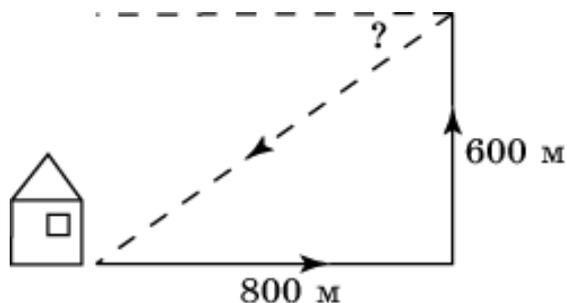
Ответ. 400.

20. Расстояние от Земли до Солнца в 400 раз больше расстояния от Земли до Луны, т.е. равно  $408000 \cdot 400 = 163200000$  км.

Ответ. 163200000.

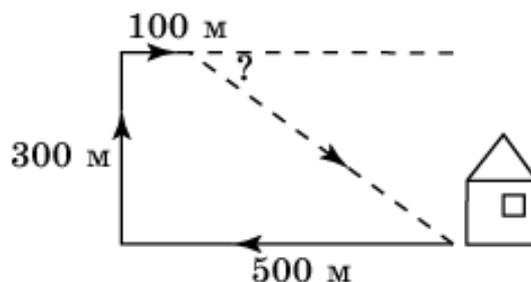
## 5. Тригонометрические функции

1. Тангенс искомого угла равен 0,75. По таблице тригонометрических функций находим, что угол равен  $37^\circ$ .



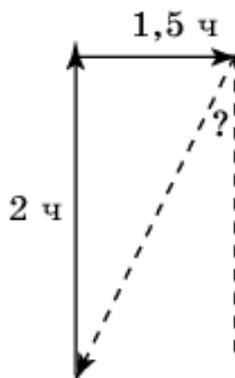
Ответ.  $37^\circ$ .

2. Тангенс искомого угла равен 0,75. По таблице тригонометрических функций находим, что угол равен  $37^\circ$ .



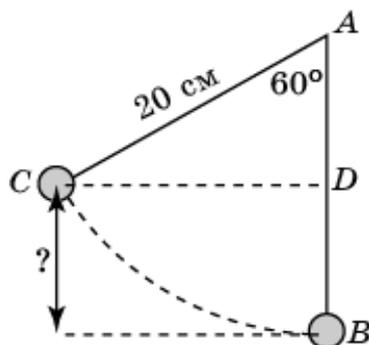
Ответ.  $37^\circ$ .

3. Тангенс искомого угла равен 0,75. По таблице тригонометрических функций находим, что угол равен  $37^\circ$ .



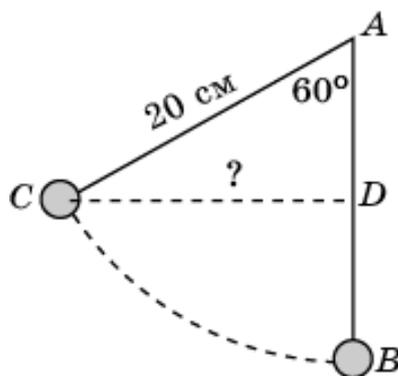
Ответ.  $37^\circ$ .

4.  $AD = AC \cdot \cos 60^\circ = 10$  (см). Следовательно,  $BD = 10$  см.



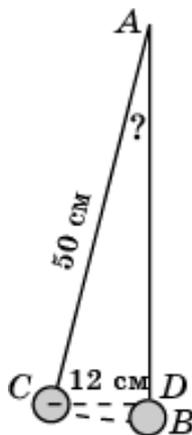
Ответ. 10.

5.  $CD = AC \cdot \sin 60^\circ = 20 \cdot 0,87 = 17,4$  (см).



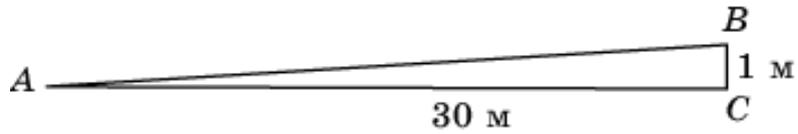
Ответ. 17,4.

6. Синус искомого угла равен 0,24. По таблице тригонометрических функций находим, что угол равен  $14^\circ$ .



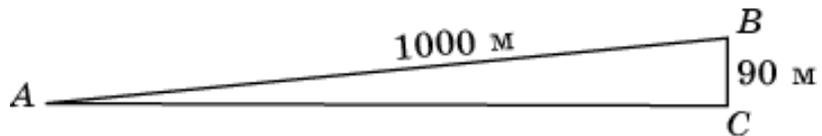
Ответ 14.

7. Тангенс искомого угла примерно равен 0,03. По таблице тригонометрических функций находим, что угол равен  $2^\circ$ .



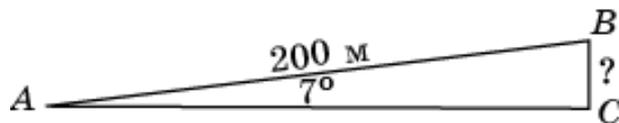
Ответ. 2.

8. Синус искомого угла равен 0,09. По таблице тригонометрических функций находим, что угол равен  $5^\circ$ .



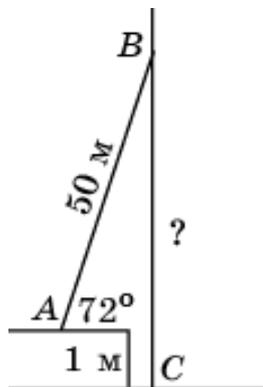
Ответ. 5.

9. Искомая высота BC равна  $200 \cdot \sin 7^\circ = 200 \cdot 0,12 = 24$  (м).



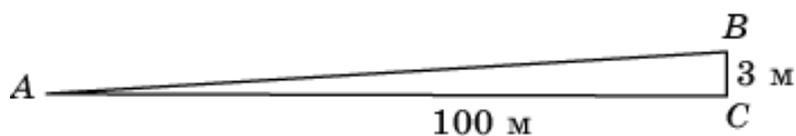
Ответ. 24.

10. Искомая высота BC равна  $50 \cdot \sin 72^\circ + 1 = 50 \cdot 0,95 + 1 = 48,5$  (м).



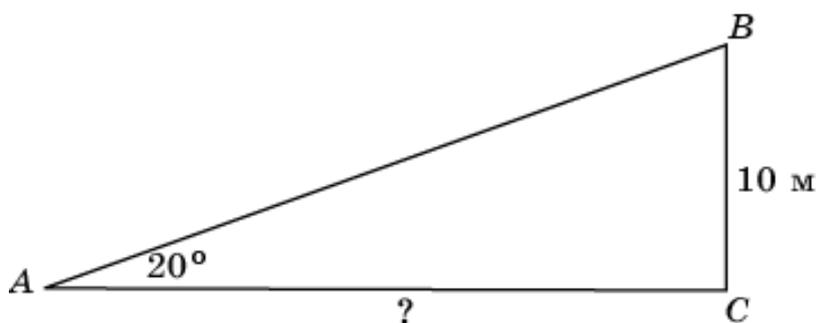
Ответ. 48,5.

11. Тангенс искомого угла равен 0,03. Используя таблицу тригонометрических функций, находим, что угол равен  $2^\circ$ .



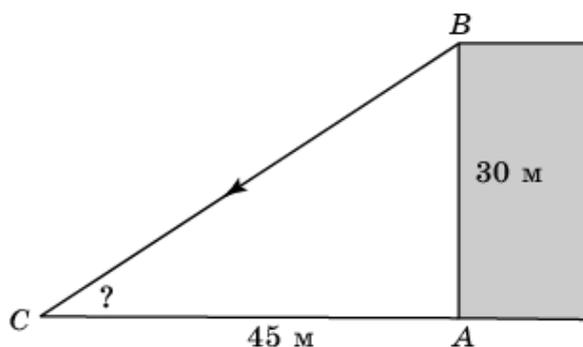
Ответ. 2.

12. Ширина реки равна  $10 \cdot \operatorname{tg} 70^\circ = 10 \cdot 2,78 = 27,8$  (м).



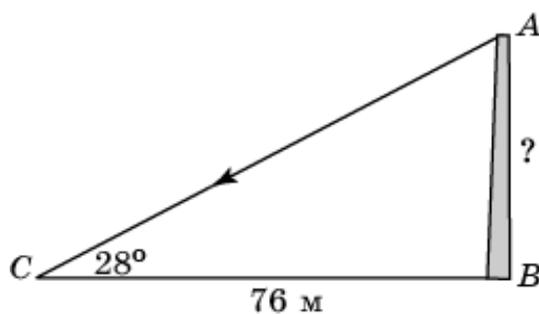
Ответ. 27,8.

13. Тангенс искомого угла приближенно равен 0,67. Используя таблицу тригонометрических функций, находим, что угол приближенно равен  $34^\circ$ .



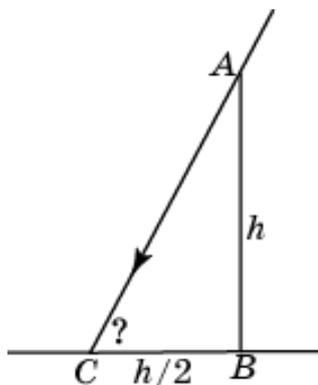
Ответ. 33.

14. Высота трубы равна  $76 \cdot \operatorname{tg} 28^\circ = 76 \cdot 0,53 \approx 40$  (м).



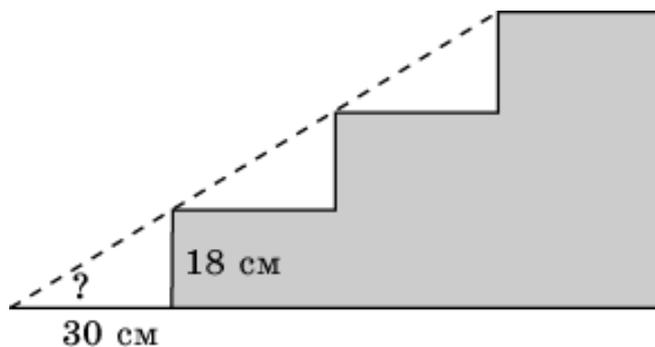
Ответ. 40.

15. Тангенс искомого угла равен 2. Используя таблицу тригонометрических функций, находим, что угол приближенно равен  $64^\circ$ .



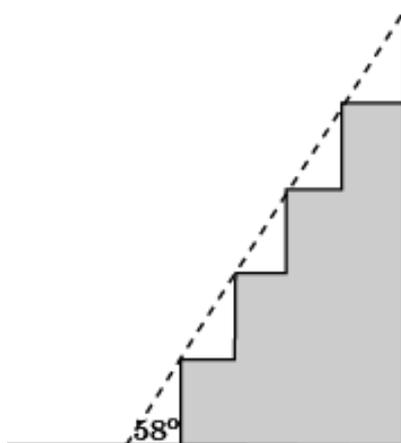
Ответ. 64.

16. Тангенс искомого угла равен 0,6. Используя таблицу тригонометрических функций, находим, что угол равен  $31^\circ$ .



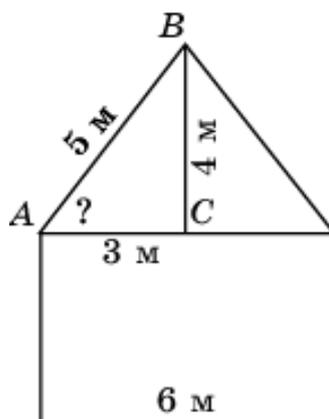
Ответ. 31.

17. Высота ступенек равна  $20 \cdot \operatorname{tg} 58^\circ = 20 \cdot 1,6 = 32$  (см).



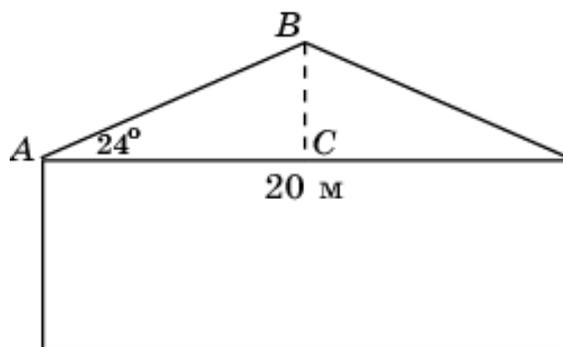
Ответ. 32.

18. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $BC$  равен 4 м. Синус искомого угла равен 0,8. Используя таблицу тригонометрических функций, находим, что угол равен  $53^\circ$ .



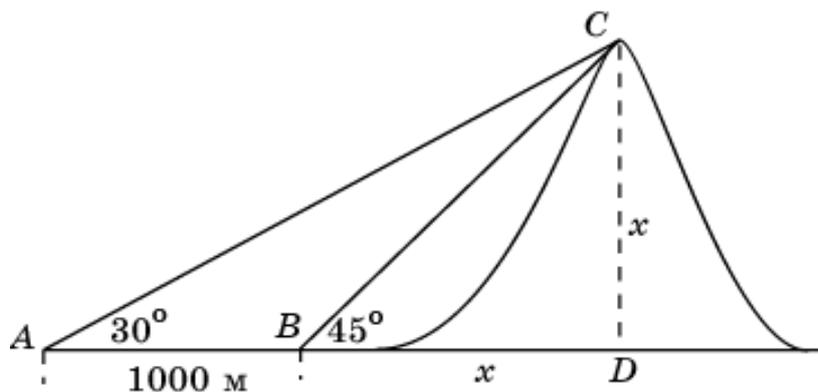
Ответ. 53.

19. Высота  $BC$  крыши равна  $AC \cdot \operatorname{tg} 24^\circ = 10 \cdot 0,45 = 4,5$  (м).



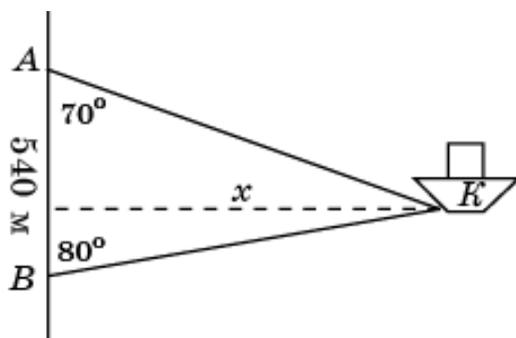
Ответ. 4,5.

20. Пусть высота  $CD$  горы равна  $x$ . Тогда имеет место равенство  $(1000+x)\operatorname{tg} 30^\circ = x$ . Учитывая, что тангенс  $30^\circ$  приближенно равен 0,58, находим, что  $x$  приближенно равен 1381 м.



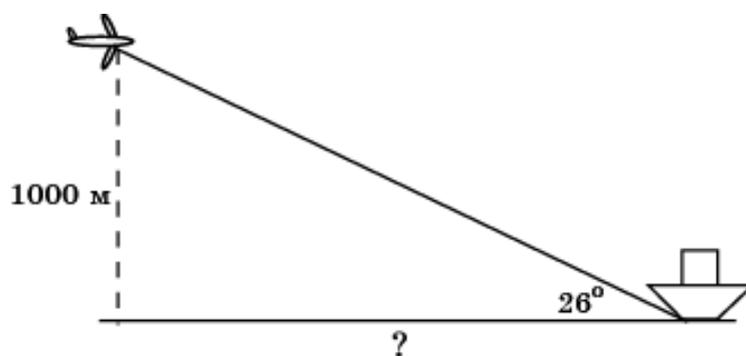
Ответ: 1381.

21. Пусть расстояние от корабля  $K$  до берега  $AB$  равно  $x$ . Тогда имеет место равенство  $x \cdot \operatorname{tg} 10^\circ + x \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 540$ . Учитывая, что  $\operatorname{tg} 10^\circ = 0,18$ ,  $\operatorname{tg} 20^\circ = 0,36$ , находим, что  $x = 1000$ . Таким образом, искомое расстояние равно 1000 м.



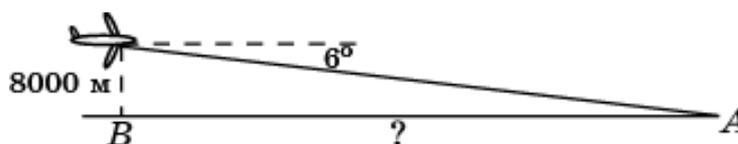
Ответ. 1000.

22. Искомое расстояние равно  $1000 \cdot \operatorname{tg} 64^\circ = 1000 \cdot 2,02 = 2020$  (м).



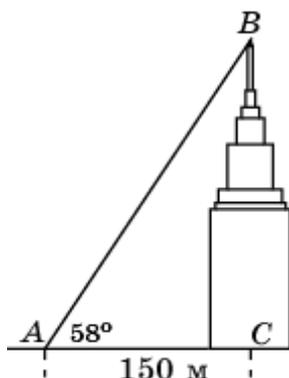
Ответ. 2020.

23. Искомое расстояние равно  $8000 \cdot \operatorname{tg} 84^\circ = 8000 \cdot 9,51 = 76080$  (м).



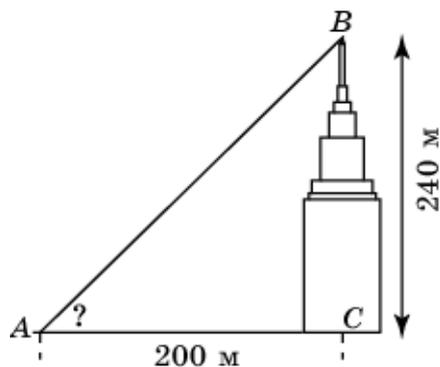
Ответ. 76080.

24. Искомая высота башни равна  $150 \cdot \operatorname{tg} 58^\circ = 150 \cdot 1,6 = 240$  (м).



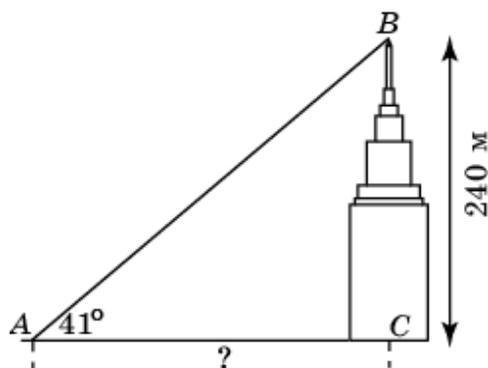
Ответ. 240.

25. Тангенс искомого угла равен 1,2. Следовательно, угол приближенно равен  $50^\circ$ .



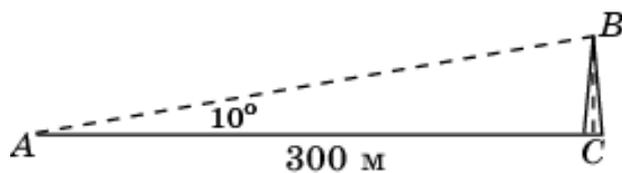
Ответ. 50.

26. Расстояние от наблюдателя до башни равно  $240 \cdot \operatorname{tg} 49^\circ = 240 \cdot 1,15 = 276$  (м).



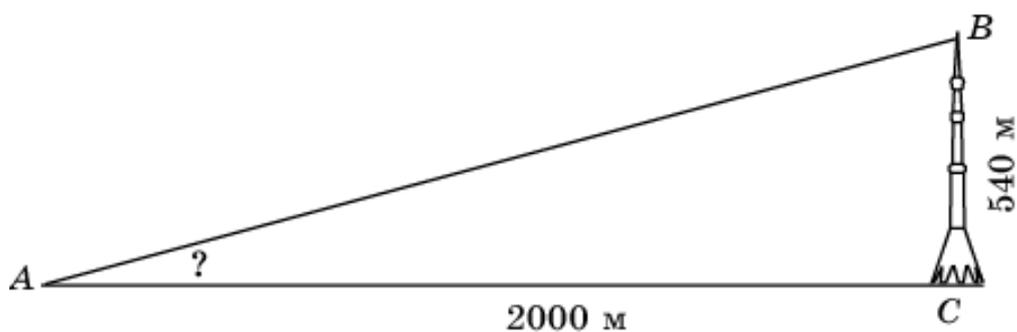
Ответ. 276.

27. Высота радиомачты равна  $300 \cdot \operatorname{tg} 10^\circ = 300 \cdot 0,18 = 54$  (м).



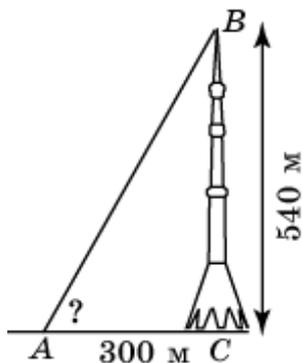
Ответ. 24.

28. Тангенс искомого угла равен 0,27. Следовательно, угол равен  $15^\circ$ .



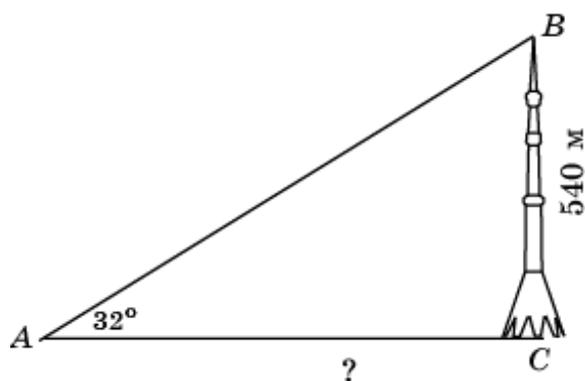
Ответ. 15.

29. Тангенс искомого угла равен 1,8. Следовательно, угол равен  $61^\circ$ .



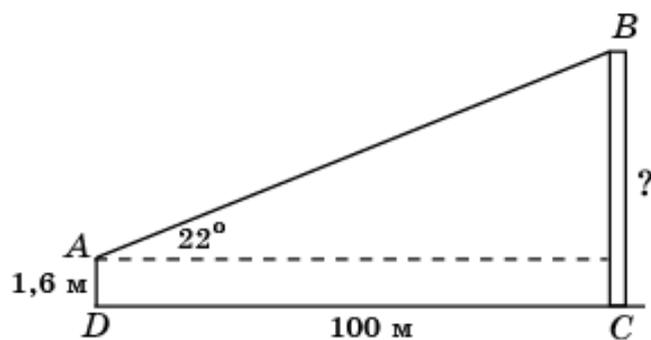
Ответ. 61.

30. Расстояние от Останкинской башни до человека равно  $540 \cdot \operatorname{tg} 58^\circ = 540 \cdot 1,6 = 864$  (м).



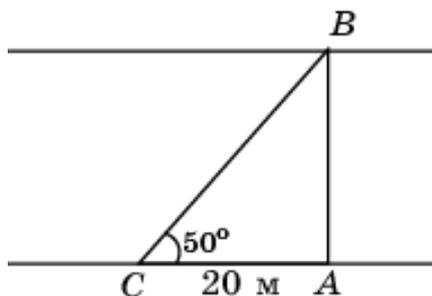
Ответ. 864.

31. Высота колонны равна  $100 \cdot \operatorname{tg} 22^\circ + 1,6 = 100 \cdot 0,4 + 1,6 = 41,6$  (м).



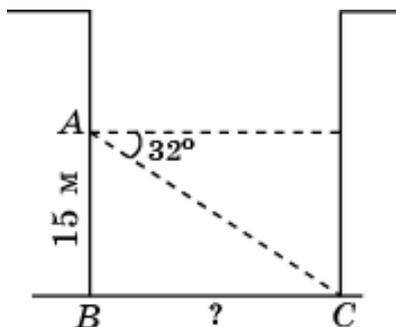
Ответ. 41,6.

32. Ширина реки равна  $20 \cdot \operatorname{tg} 50^\circ = 20 \cdot 1,19 = 23,8$  (м).



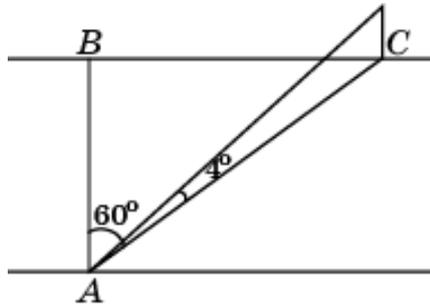
Ответ. 23,8.

33. Ширина улицы равна  $15 \cdot \operatorname{tg} 58^\circ = 15 \cdot 1,6 = 24$  (м).



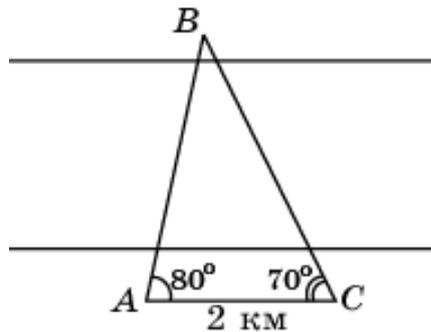
Ответ. 24.

34. Расстояние  $AC$  равно  $1,7 \cdot \operatorname{tg} 86^\circ = 1,7 \cdot 14,3 = 24,31$  (м). Ширина  $AB$  реки составляет половину  $AC$  и приблизительно равна 12 м.



Ответ. 12.

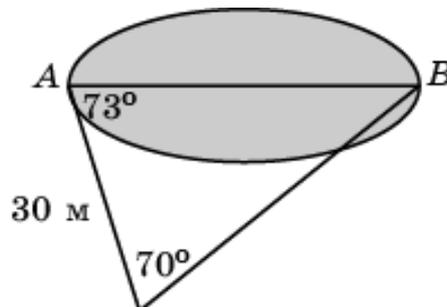
35. Угол  $B$  равен  $30^\circ$ . Используя теорему синусов, получаем  $AC = 4 \cdot \sin 70^\circ = 4 \cdot 0,94 = 3,76$  (км) = 3760 (м).



Ответ. 3760.

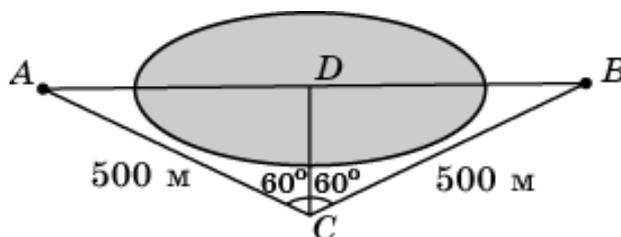
36. Угол  $B$  равен  $37^\circ$ . Используя теорему синусов, находим

$$AB = \frac{30 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 37^\circ} = \frac{30 \cdot 0,94}{0,6} = 47 \text{ (м)}.$$



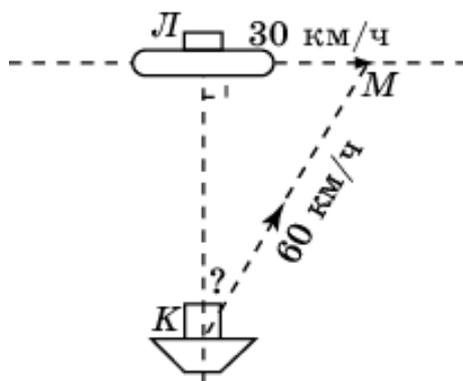
Ответ. 47.

37. Расстояние  $AD$ , равно половине расстояния  $AB$ , равно  $500 \cdot \sin 60^\circ = 500 \cdot 0,87 = 435$  (м). Откуда  $AB = 870$  (м).



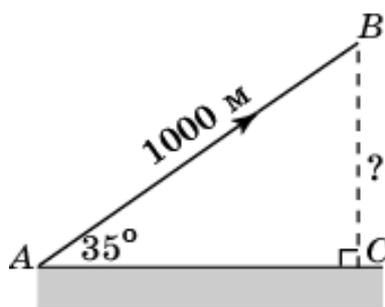
Ответ. 870.

38. В прямоугольном треугольнике  $KLM$  катет  $LM$  равен половине гипотенузы  $KM$ . Следовательно, искомый угол  $LKM$  равен  $30^\circ$ .



Ответ. 30.

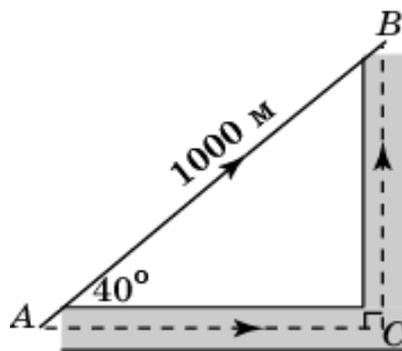
39. Искомое расстояние  $BC$  равно  $1000 \cdot \sin 35^\circ = 1000 \cdot 0,57 = 570$  (м).



Ответ. 570.

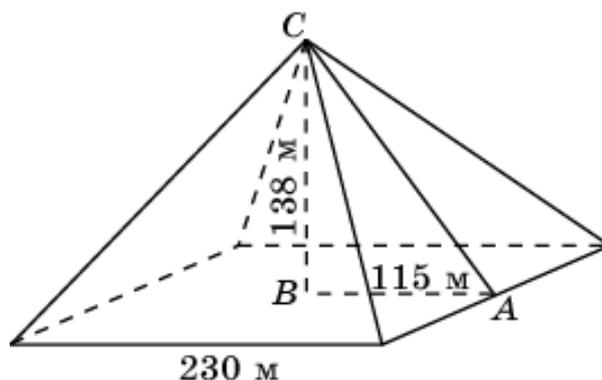
40. Путь по дороге состоит из отрезков  $AC$  и  $BC$ .  $BC = 1000 \cdot \sin 40^\circ = 1000 \cdot 0,64 = 640$  (м),  $AC = 1000 \cdot \sin 50^\circ = 1000 \cdot 0,77 =$

770 (м). В сумме эти отрезки составляют 1410 м. Таким образом, прямой путь  $AB$  на 410 м короче пути по дороге.



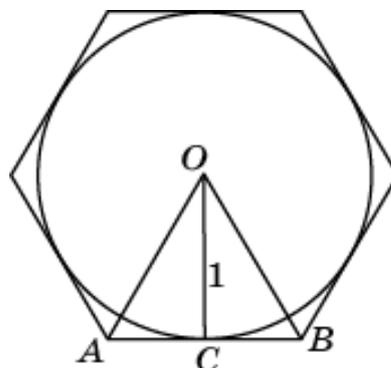
Ответ. 410.

41. Тангенс искомого угла  $BAC$  равен  $\frac{138}{115} = 1,2$ . Используя таблицу тригонометрических функций, находим, что угол приблизительно равен  $50^\circ$ .



Ответ. 50.

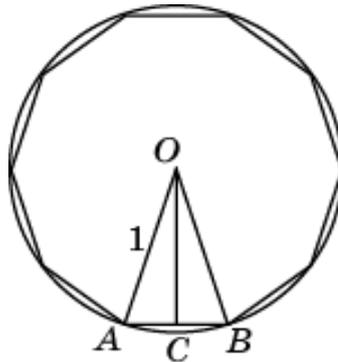
42. Периметр шестиугольника, описанного около единичной окружности, равен  $AC \cdot 12 = 1 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ \cdot 12 = 0,58 \cdot 12 = 6,96$ . Число  $\pi$  приблизительно равно половине этого периметра, т.е. равно 3,48.



Ответ. 3,48.

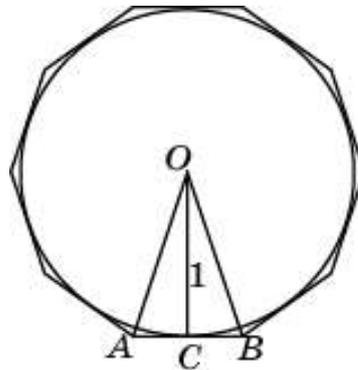
43. Центральный угол  $AOB$ , опирающийся на сторону правильного десятиугольника, вписанного в единичную окружность, равен  $36^\circ$ . Периметр десятиугольника, вписанного в единичную окружность, равен

$AC \cdot 20 = 1 \cdot \sin 18^\circ \cdot 20 = 0,31 \cdot 20 = 6,2$ . Число  $\pi$  приближенно равно половине этого периметра, т.е. равно 3,1.



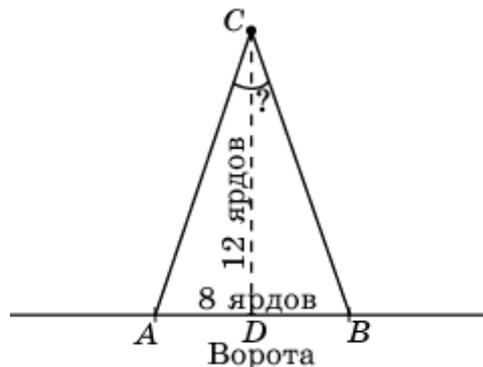
Ответ. 3,1.

44. Периметр десятиугольника, описанного около единичной окружности, равен  $AC \cdot 20 = 1 \cdot \operatorname{tg} 18^\circ \cdot 20 = 0,32 \cdot 20 = 6,4$ . Число  $\pi$  приближенно равно половине этого периметра, т.е. равно 3,2.



Ответ. 3,2.

45. В равнобедренном треугольнике  $ABC$   $AC^2 = BC^2 = 160$ . По теореме косинусов  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$ . Откуда  $\cos \angle ACB = 0,8$  и, следовательно,  $\sin \angle ACB = 0,6$ . Используя таблицу тригонометрических функций, находим  $\angle ACB = 37^\circ$ .



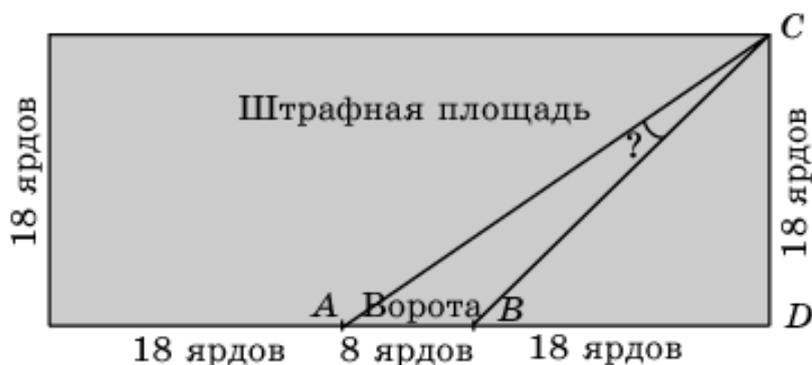
Ответ. 37.

46. Угол  $BCD$  равен  $45^\circ$ . Тангенс угла  $ACD$  примерно равен 2,33. Следовательно, угол  $ACD$  примерно равен  $67^\circ$ , а искомый угол  $ACB$  равен  $22^\circ$ .



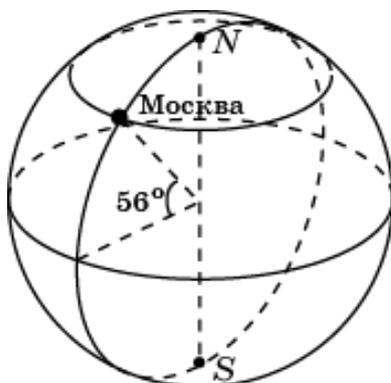
Ответ. 22.

47. Угол  $BCD$  равен  $45^\circ$ . Тангенс угла  $ACD$  примерно равен 1,44. Следовательно, угол  $ACD$  примерно равен  $55^\circ$ , а искомый угол  $ACB$  равен  $10^\circ$ .



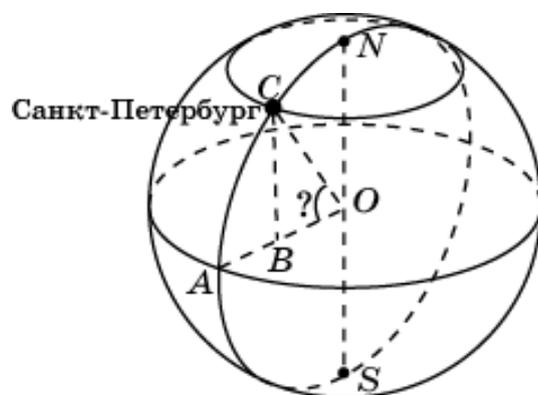
Ответ. 10.

48. Длина окружности параллели, на которой находится г. Москва, равна длине большой окружности, умноженной на синус  $34^\circ$ , т.е. равна  $40000 \cdot 0,56 = 22400$  (км).



Ответ. 22400.

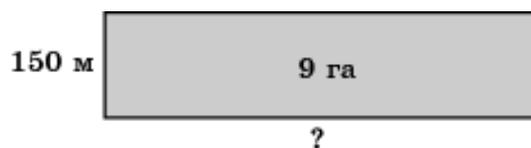
49. Так как длина окружности параллели, на которой находится г. Санкт-Петербург, вдвое меньше большой окружности, то катет  $OB$  прямоугольного треугольника  $OBC$  вдвое меньше гипотенузы  $OC$ . Следовательно, искомый угол  $AOC$  равен  $60^\circ$ .



Ответ. 60.

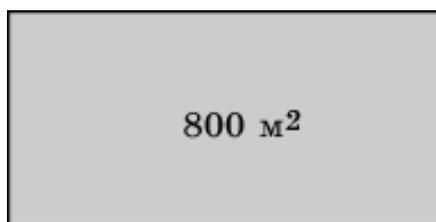
## 6. Площадь

1. 9 га составляют  $90000 \text{ м}^2$ . Длина участка равна  $90000:150 = 600$  (м).



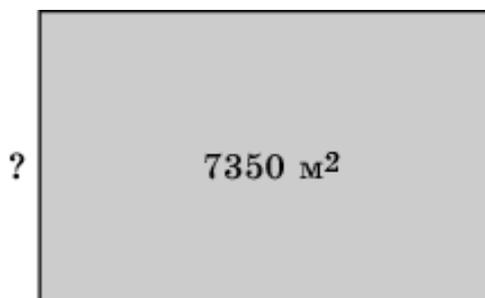
Ответ. 600.

2. Пусть меньшая сторона равна  $x$ . Тогда площадь участка равна  $2x^2$ . Решая уравнение  $2x^2 = 800$ , находим  $x = 20$ . Значит, периметр участка равен 120 м.



Ответ. 120.

3. Пусть ширина футбольного поля равна  $x$ . Тогда его площадь равна  $1,5x^2$ . Решая уравнение  $1,5x^2 = 7350$ , находим  $x = 70$ . Значит, ширина поля равна 70 м.



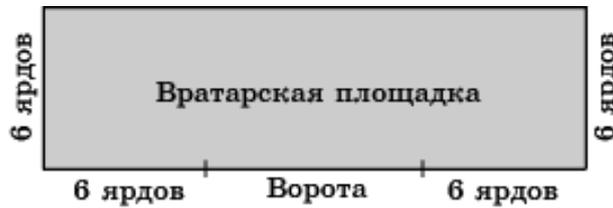
Ответ. 70.

4. Ширина футбольных ворот равна 24 футам, высота – 8 футам. Следовательно, площадь футбольных ворот равна 192 квадратных футам.



Ответ. 192.

5. Площадь вратарской площадки равна 120 квадратным ярдам. В квадратных футах она составляет  $120 \cdot 9 = 1080$  (квадратных футов).



Ответ. 1080.

6. Площадь штрафной площади равна 792 квадратным ярдам. В квадратных метрах она приблизительно составляет  $792 \cdot 0,81 = 641,52 \approx 642$  ( $\text{м}^2$ ).



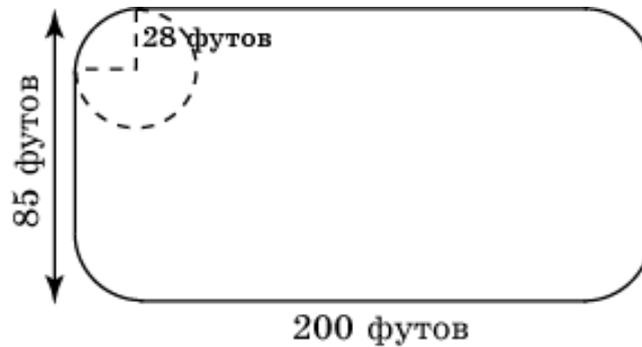
Ответ. 642.

7. Площадь ворот равна 24 квадратным футам. В квадратных метрах она приблизительно составляет  $24 \cdot 0,093 \approx 2,23$  ( $\text{м}^2$ ).



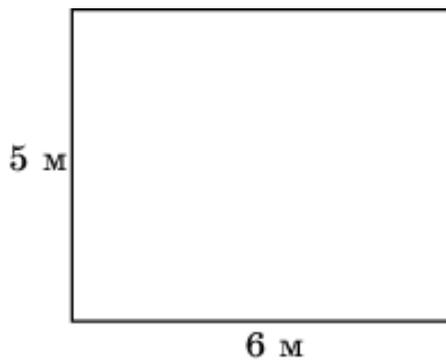
Ответ. 2,23.

8. Площадь прямоугольника размером 200x85 (футов) равна 17000 квадратных футов. Площадь четырех квадратов со сторонами 28 футов равна  $4 \cdot 784$  (квadratных футов). Принимая  $\pi \approx 3$ , получим, что площадь круга радиуса 28 футов равна  $3 \cdot 784$  (квadratных футов). Следовательно, площадь хоккейной площадки равна  $17000 - 784 = 16216$  (квadratных футов).



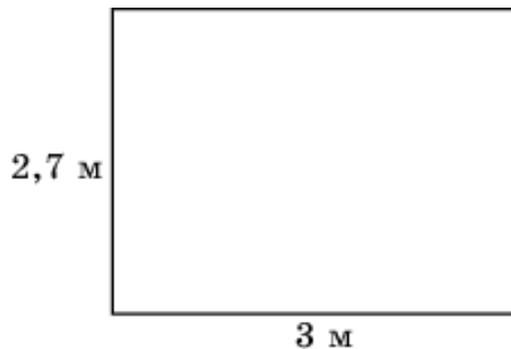
Ответ. 16216.

9. Число дощечек равно  $20 \cdot 100 = 2000$ .



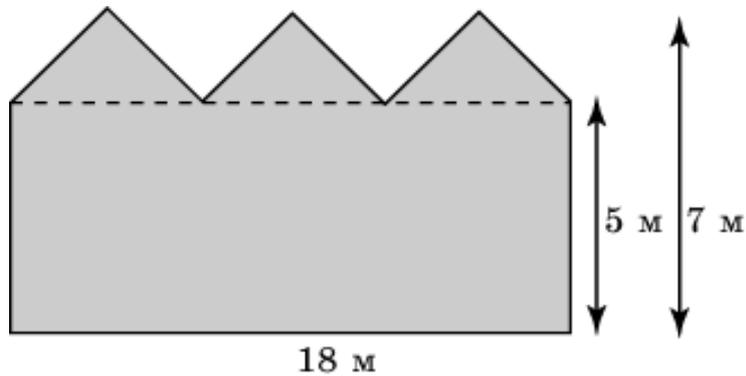
Ответ. 2000.

10. Число плиток равно  $20 \cdot 18 = 360$ .



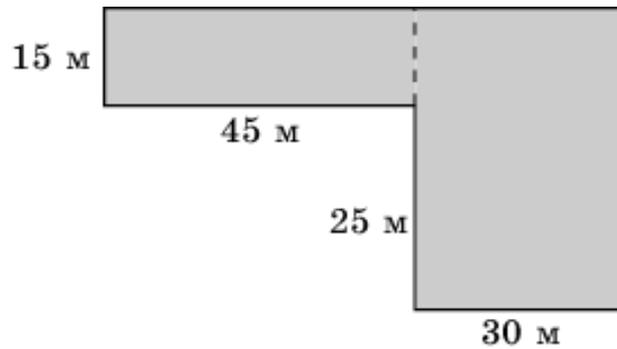
Ответ. 360.

11. Площадь стены равна  $18 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 2 = 108$  (м<sup>2</sup>).



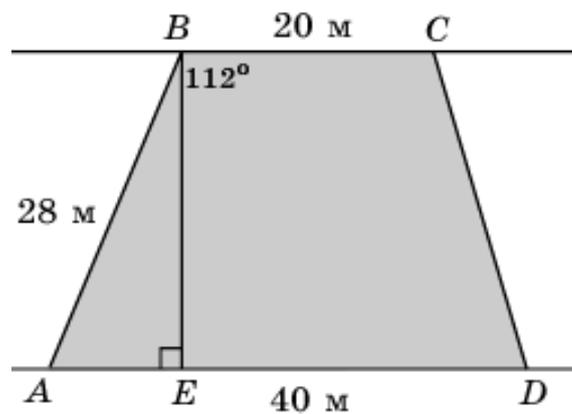
Ответ. 108.

12. Площадь участка равна  $15 \cdot 45 + 30 \cdot 40 = 1875$  (м<sup>2</sup>).



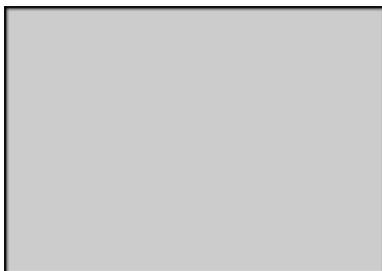
Ответ. 1875.

13. Высота  $BE$  трапеции  $ABCD$  равна  $28 \cdot \sin 68^\circ = 28 \cdot 0,93 = 26,04$  (м).  
Площадь трапеции равна  $30 \cdot 26,04 = 781,2 \approx 781$  (м<sup>2</sup>).



Ответ. 781.

14. В 1200 квадратных метрах содержится 120000 квадратных дециметров. Если масштаб равен 1:100, то площадь соответствующего участка на плане равна 12 дм<sup>2</sup>.



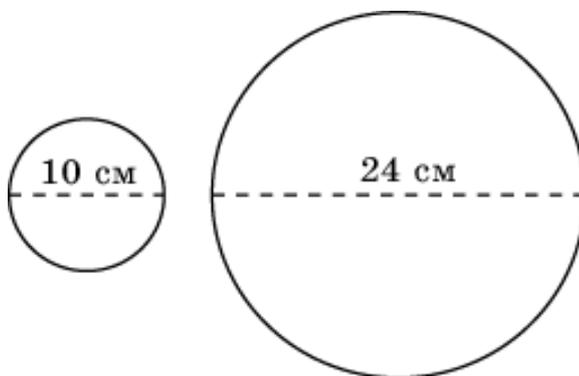
Ответ. 12.

15. Площадь участка земли равна  $3,753,75 \cdot 200^2 = 150000$  (дм<sup>2</sup>). Это составляет 1500 м<sup>2</sup>.



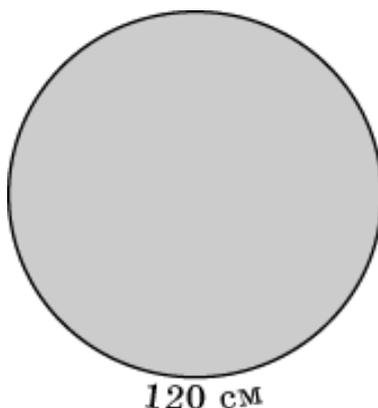
Ответ. 1500.

16. Суммарная площадь поперечных сечений двух труб равна  $\pi \cdot 5^2 + \pi \cdot 12^2 = \pi \cdot 13^2$ . Таким образом, радиус новой трубы равен 13 см, а ее диаметр равен 26 см.



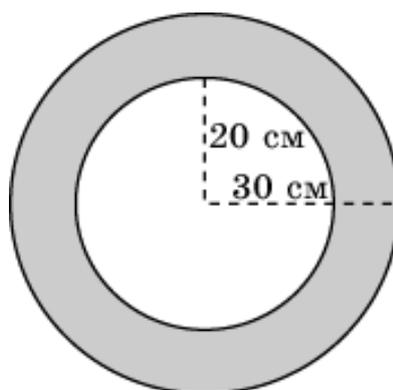
Ответ. 26.

17. Если принять  $\pi \approx 3$ , то радиус поперечного сечения будет равен 20 см, а искомая площадь равна  $1200 \text{ см}^2$ .



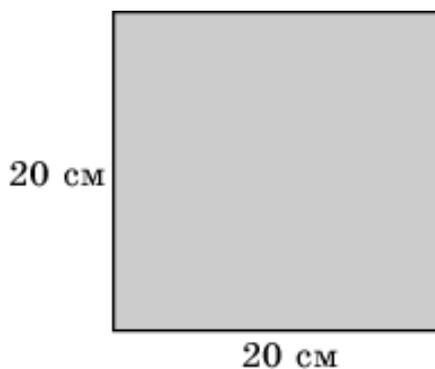
Ответ. 1200.

18. Если принять  $\pi \approx 3$ , то площадь кольца будет равна  $1500 \text{ см}^2$ . При толщине ленты 0,5 мм, ее длина составит  $1500:0,05 = 30000$  (см), т.е. 300 м.



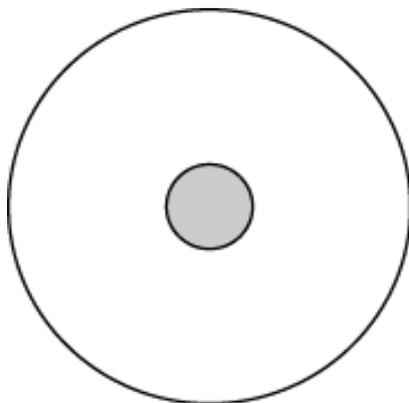
Ответ. 300.

19. Если принять  $\pi \approx 3$ , то площадь круга диаметра 20 см составляет  $300 \text{ см}^2$ . Площадь квадрата равна  $400 \text{ см}^2$ . Таким образом, площадь обрезков составляет одну четверть площади квадрата, т.е. 25%.



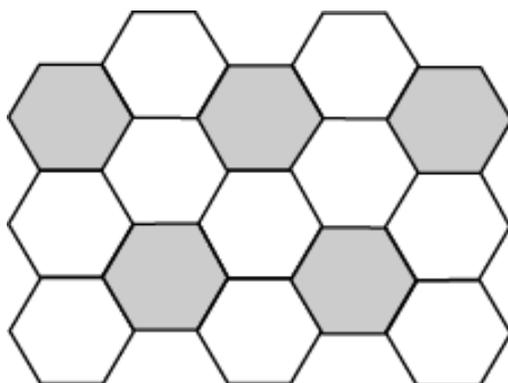
Ответ. 25.

20. Так как диаметр зрочка может увеличиваться в 5 раз, то площадь зрочка может увеличиваться в 25 раз.



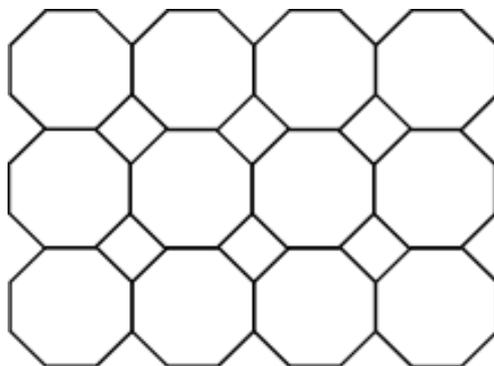
Ответ. 25.

21. В каждой вертикальной полоске паркета на одну черную плитку приходится две белых. Таким образом, белых плиток паркета в два раза больше, чем черных.



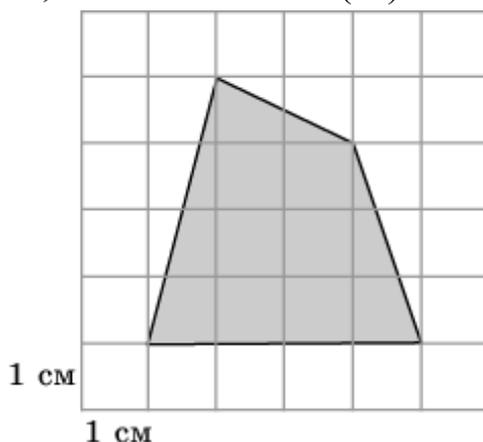
Ответ. 2.

22. На каждую восьмиугольную плитку приходится одна квадратная. Отношение числа квадратных плиток к числу восьмиугольных равно 1.



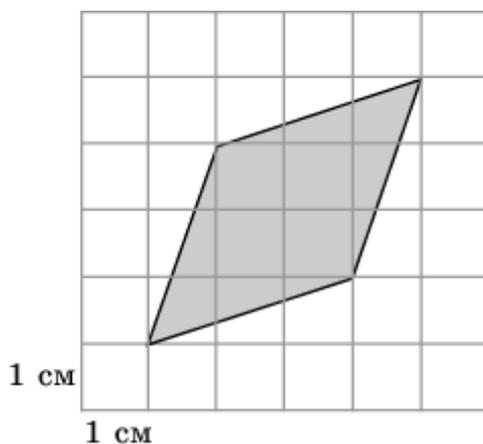
Ответ. 1.

23. Площадь четырехугольника на плане равна  $10,5 \text{ см}^2$ . Площадь лесного массива равна  $10,5 \cdot 40000 = 420000 (\text{м}^2)$ .



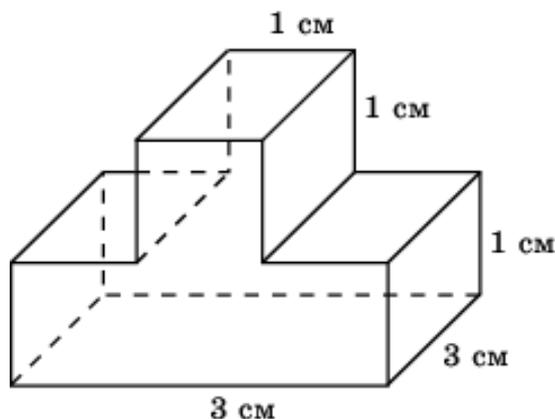
Ответ. 420000.

24. Площадь четырехугольника на плане равна  $8 \text{ см}^2$ . Площадь лесного массива равна  $8 \cdot 40000 = 320000 (\text{м}^2)$ .



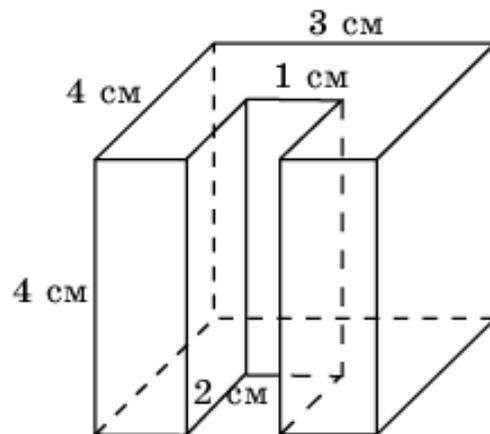
Ответ. 320000.

25. Поверхность детали состоит из двух невыпуклых восьмиугольников площади  $4 \text{ см}^2$  каждый, семи прямоугольников площади  $3 \text{ см}^2$  каждый и одного квадрата площади  $9 \text{ см}^2$ . Площадь всей поверхности равна  $8 + 21 + 9 = 38 (\text{см}^2)$ .



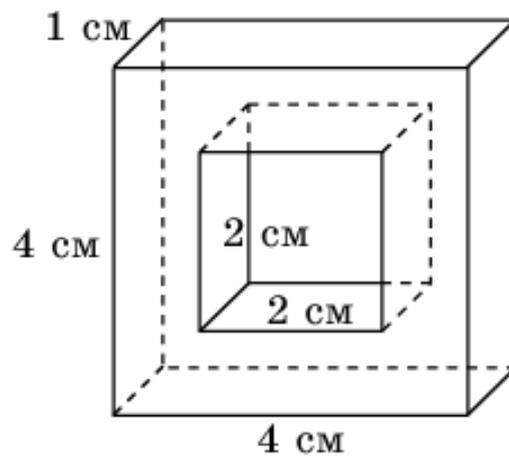
Ответ. 38.

26. Площадь поверхности детали, изображенной на рисунке, равна  $92 \text{ см}^2$ .



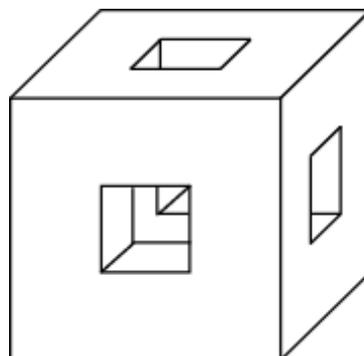
Ответ. 92.

27. Площадь поверхности детали, изображенной на рисунке, равна  $48 \text{ см}^2$ .



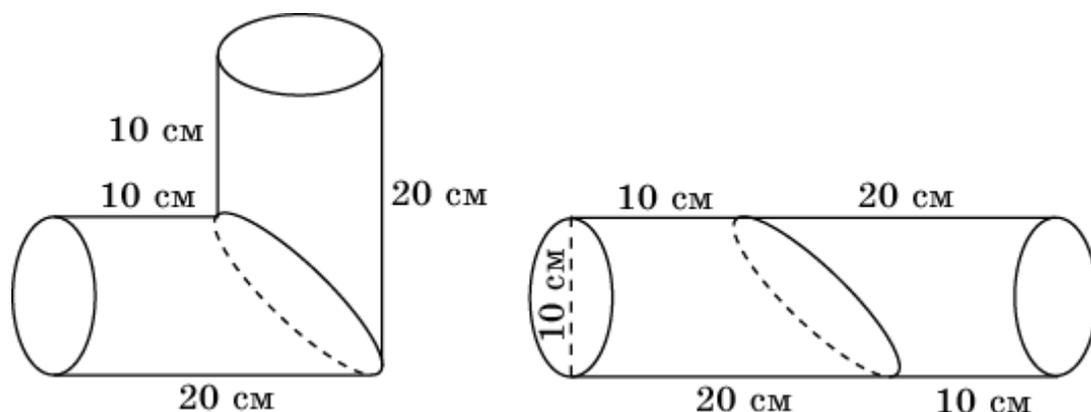
Ответ. 48.

28. Площадь поверхности равна  $78 \text{ см}^2$ .



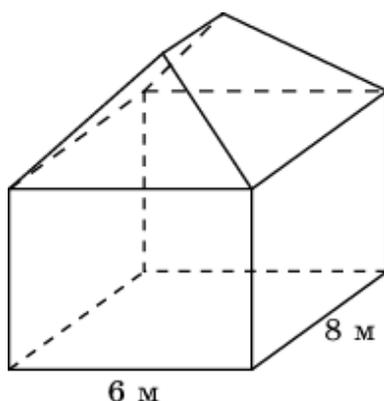
Ответ. 78.

29. Площадь поверхности детали, изображенной на рисунке слева, равна площади поверхности цилиндра, изображенного на рисунке справа, составленной из двух частей цилиндров. Принимая  $\pi \approx 3$ , получаем, что искомая площадь поверхности равна  $1050 \text{ см}^2$ .



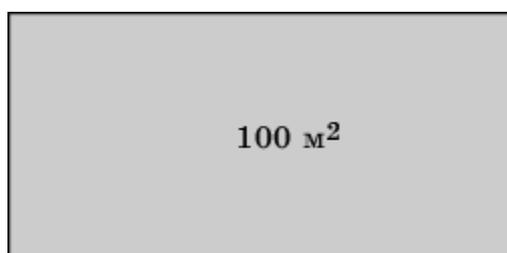
Ответ. 1050.

30. Площадь крыши равна  $\frac{48}{\cos 45^\circ} = \frac{48}{0,71} \approx 68 (\text{м}^2)$ .



Ответ. 68.

31. Наименьший периметр будет в случае, если площадка имеет форму квадрата. Он равен 40 м.



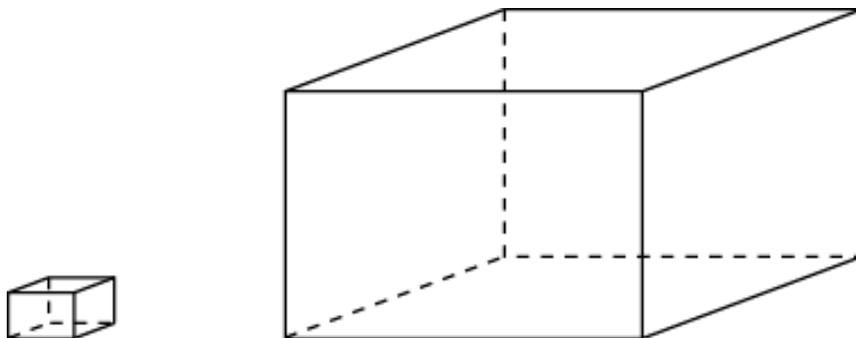
Ответ. 40.

32. Площадь поверхности Солнца больше площади поверхности Луны в  $400^2=160000$  (раз).

Ответ. 160000.

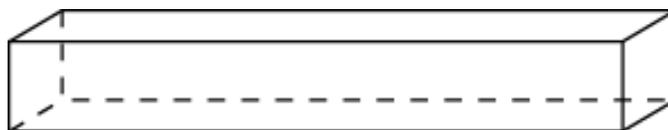
## 7. Объем

1. Число коробок равно  $\frac{150}{30} \cdot \frac{200}{40} \cdot \frac{300}{50} = 150$ .



Ответ. 150.

2. Число досок равно  $\frac{105}{35} \cdot \frac{40}{20} \cdot \frac{30}{2} = 90$ .



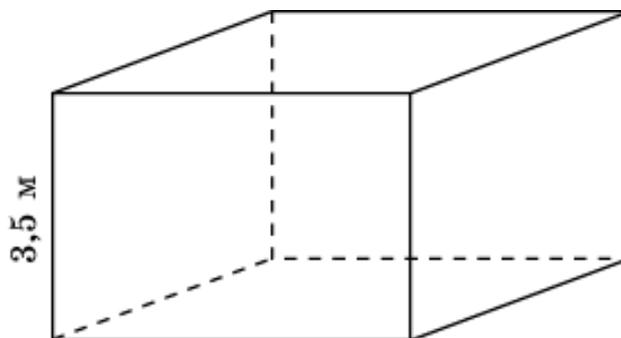
Ответ. 90.

3. Объем кирпича равен  $1950 \text{ см}^3$ . Объемный вес кирпича равен  $1,7 \text{ г/см}^3$ .  
Следовательно, вес одного кирпича равен  $3315 \text{ г}$ .



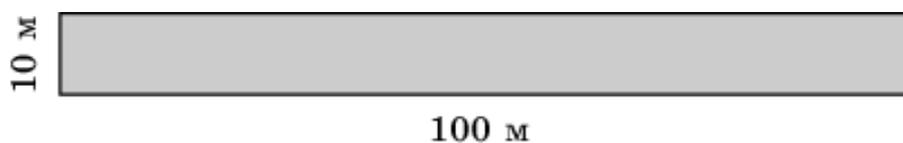
Ответ. 3315.

4. Объем кабинета должен быть равен  $7,5 \cdot 28 = 210$  ( $\text{м}^3$ ). Площадь кабинета должна быть равна  $\frac{210}{3,5} = 60$  ( $\text{м}^2$ ).



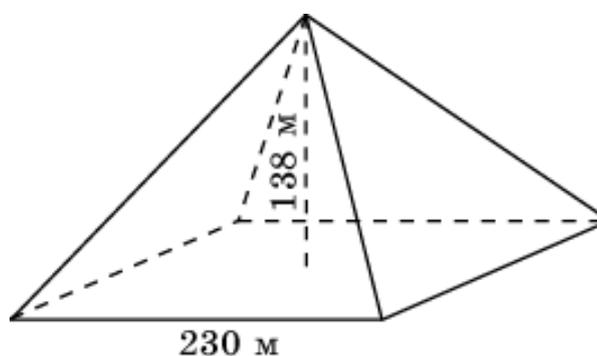
Ответ. 60.

5. Объем асфальта равен  $50 \text{ м}^3$ . Вес асфальта равен 120 т. Потребуется 24 машины.



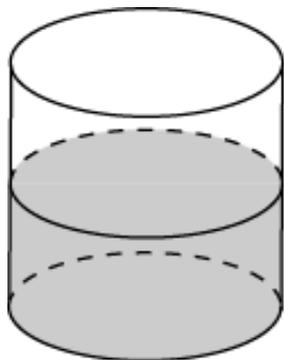
Ответ. 24.

6. Площадь основания пирамиды равна  $52900 \text{ м}^2$ . Объем пирамиды равен  $2433400 \text{ м}^3$ .



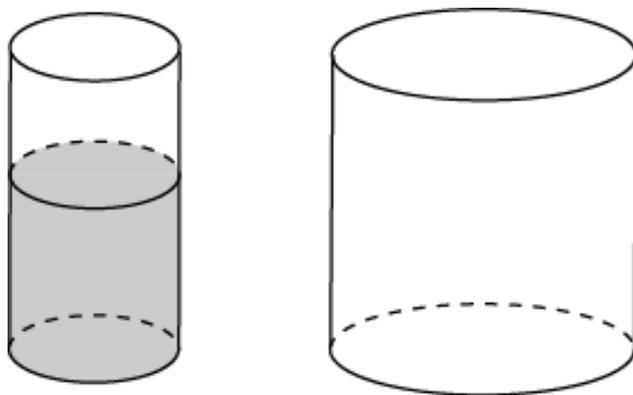
Ответ. 2433400.

7. Объем детали равен половине объема воды, т.е. равен  $3 \text{ дм}^3$ .



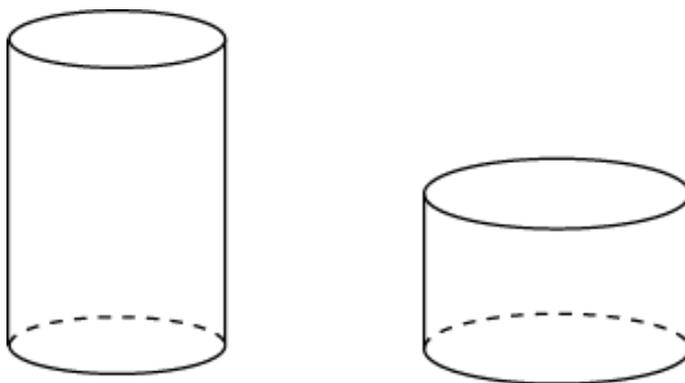
Ответ. 3.

8. Во втором сосуде вода будет находиться на уровне 3 см.



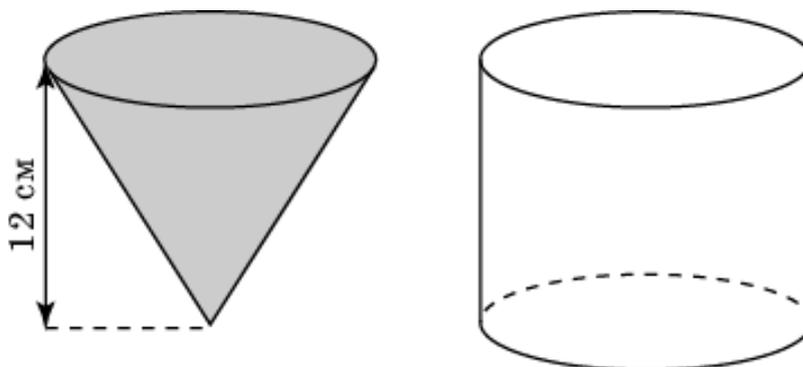
Ответ. 3.

9. Отношение объема второй кружки к объему первой равно 1,125.



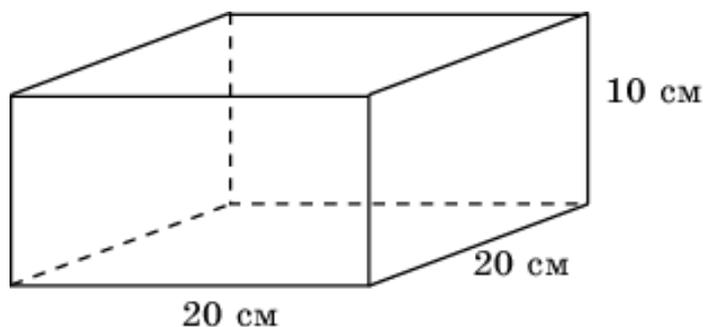
Ответ. 1,125.

10. В цилиндрическом сосуде поверхность воды будет находиться на высоте 4 см от основания.



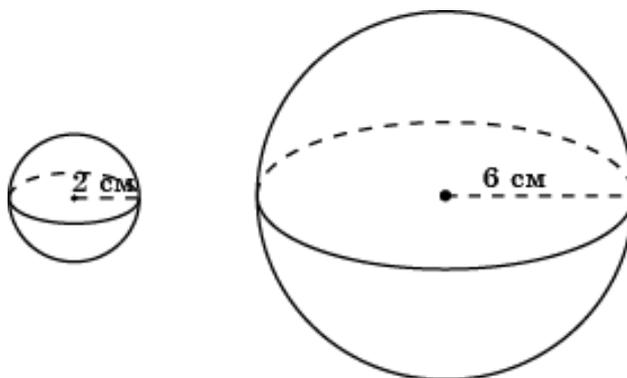
Ответ. 4.

11. Объем параллелепипеда равен  $4000 \text{ см}^3$ . Принимая  $\pi \approx 3$ , получаем, что радиус шара равен 10 см.



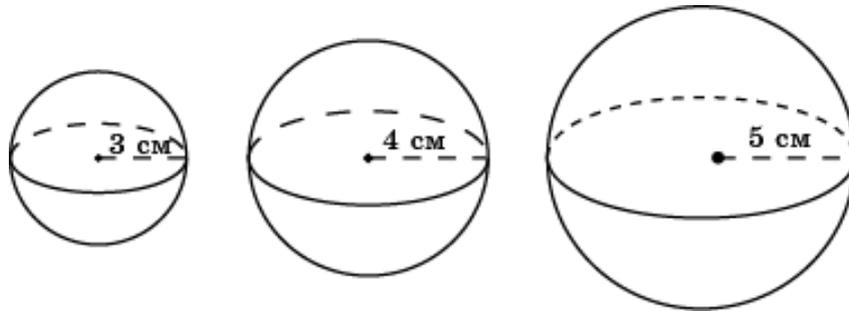
Ответ. 10.

12. Объем шара радиуса 6 см в 27 раз больше объема шара радиуса 2 см. Таким образом, нужно взять 27 шаров радиуса 2 см.



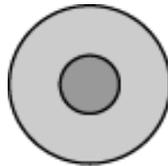
Ответ. 27.

13. Объем трех шаров равен  $\frac{4}{3}\pi(27 + 64 + 125) = \frac{4}{3}\pi \cdot 216$ . Следовательно, искомый радиус шара равен 6 см.



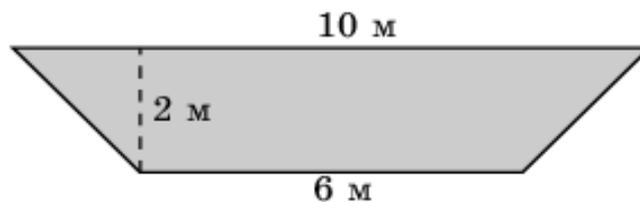
Ответ. 6.

14. Диаметр вишни в три раза больше диаметра косточки. Следовательно, объем вишни в 27 раз больше объема косточки и, значит, объем мякоти в 26 раз больше объема косточки.



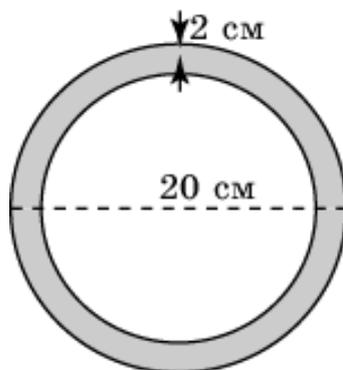
Ответ. 26.

15. Площадь профиля равна  $16 \text{ м}^2$ . За одну минуту через него пройдет  $16 \cdot 60 = 960 (\text{м}^3)$  воды.



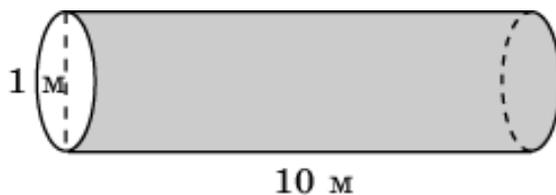
Ответ. 960.

16. Площадь поперечного сечения стенок трубы равна  $36\pi \approx 108$  (см<sup>2</sup>). Объем трубы равен  $108 \cdot 200 \approx 21600$  (см<sup>3</sup>). Вес трубы равен  $21600 \cdot 7,5 = 162000$  (г) = 162 (кг).



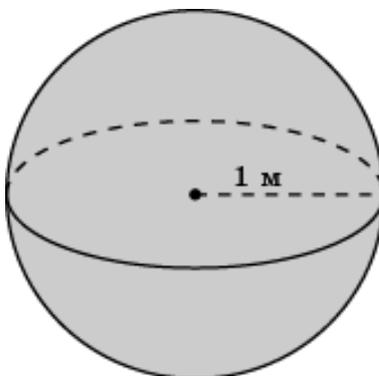
Ответ. 162.

17. Площадь внешней поверхности трубы примерно равна 30 м<sup>2</sup>. Объем краски примерно равен 30 дм<sup>3</sup>.



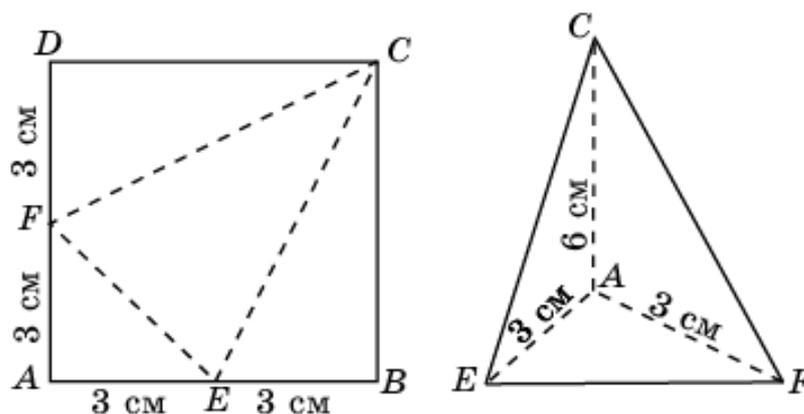
Ответ. 30.

18. Площадь поверхности шара примерно равна 1200 дм<sup>2</sup>. Объем краски примерно равен 6 дм<sup>3</sup>.



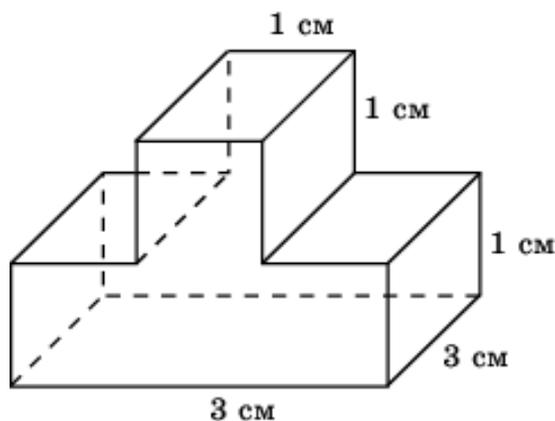
Ответ. 6.

19. Пирамида изображена на правом рисунке. Ее площадь основания равна  $4,5 \text{ см}^2$ , а объем равен  $9 \text{ см}^3$ .



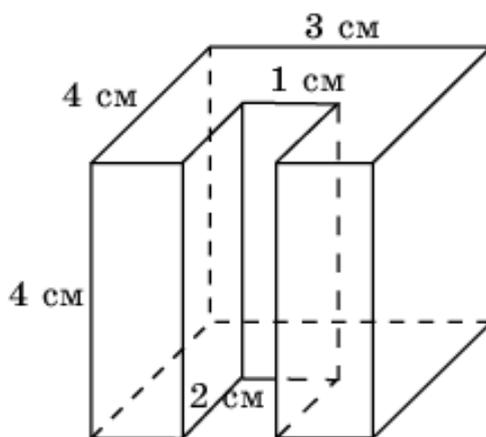
Ответ. 9.

20. Объем детали равен сумме объемов двух прямоугольных параллелепипедов размерами  $3 \times 3 \times 1$  (см) и  $3 \times 1 \times 1$  (см). Он равен  $12 \text{ см}^3$ .



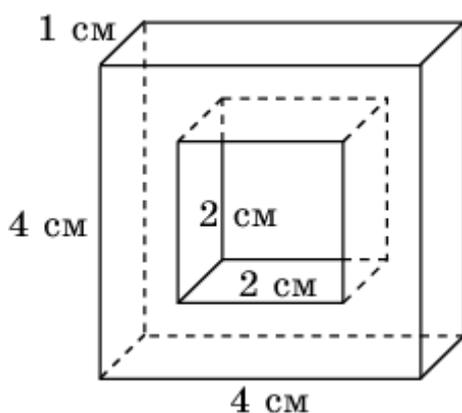
Ответ. 12.

21. Объем детали равен разности объемов двух прямоугольных параллелепипедов размерами  $4 \times 3 \times 4$  (см) и  $2 \times 1 \times 4$  (см). Он равен  $40 \text{ (см}^3\text{)}$ .



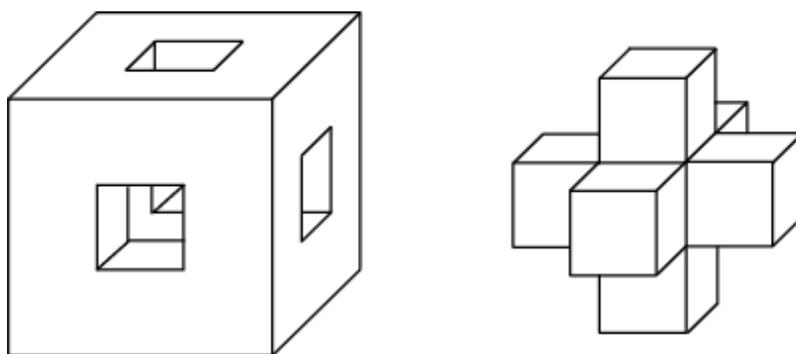
Ответ. 40.

22. Объем детали равен разности объемов двух прямоугольных параллелепипедов размерами  $4 \times 1 \times 4$  (см) и  $2 \times 1 \times 2$  (см). Он равен  $12 \text{ см}^3$ .



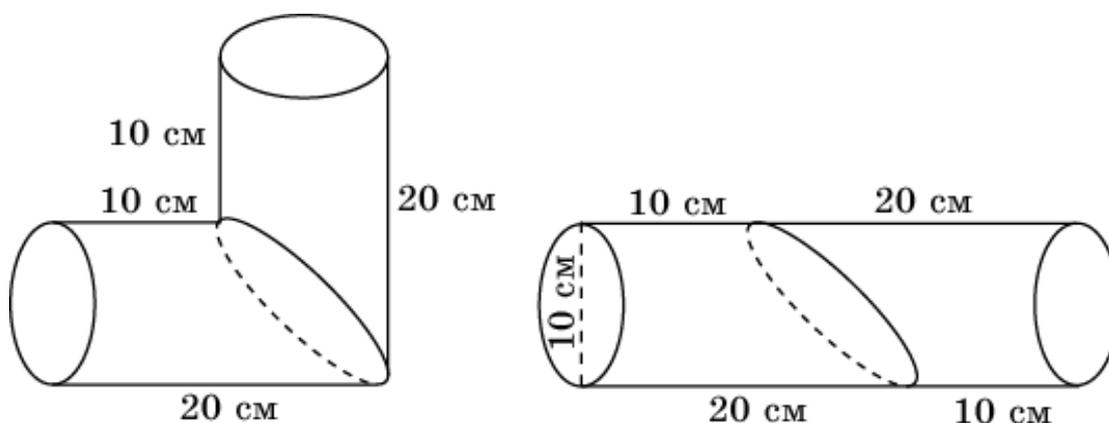
Ответ. 12.

23. Объем детали равен разности объемов куба с ребром 6 см и пространственного креста, состоящего из семи кубов с ребрами 2 см. Он равен  $160 \text{ см}^3$ . Вес детали равен 144 г.



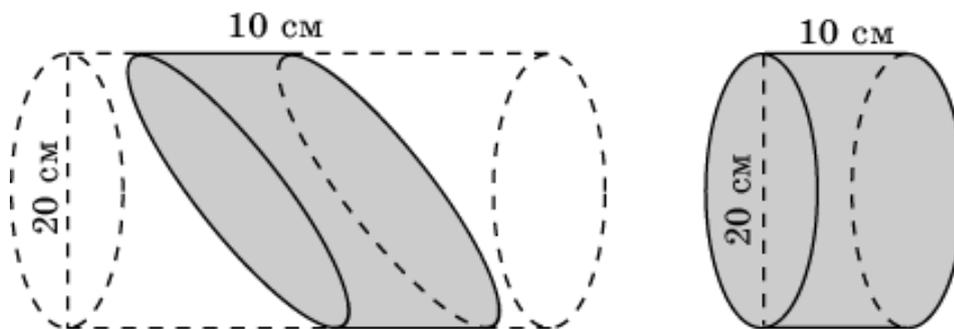
Ответ. 144.

24. Объем детали, изображенной на рисунке слева, равен объему цилиндра, изображенного на рисунке справа. Принимая  $\pi \approx 3$ , получаем, что искомый объем равен  $2250 \text{ см}^3$ .



Ответ. 2250.

25. Объем детали равен объему цилиндра, радиус основания и высота которого равны 10 см. Принимая  $\pi \approx 3$ , получаем, что его объем примерно равен  $3000 \text{ см}^3$ .



Ответ. 3000.

26. Объем Солнца в 64000000 раз больше объема Луны

Ответ. 64000000.

Таблица приближенных значений тригонометрических функций

$A$	$\sin A$	$\operatorname{tg} A$	$A$	$\sin A$	$\operatorname{tg} A$	$A$	$\sin A$	$\operatorname{tg} A$
30'	0,0087	0,0087	30°	0,50	0,58	60°	0,87	1,73
1°	0,0175	0,0175	31°	0,52	0,60	61°	0,87	1,80
2°	0,035	0,035	32°	0,53	0,62	62°	0,88	1,88
3°	0,05	0,05	33°	0,54	0,65	63°	0,89	1,96
4°	0,07	0,07	34°	0,56	0,68	64°	0,90	2,02
5°	0,09	0,09	35°	0,57	0,70	65°	0,91	2,15
6°	0,10	0,11	36°	0,59	0,73	66°	0,91	2,25
7°	0,12	0,12	37°	0,60	0,75	67°	0,92	2,36
8°	0,14	0,14	38°	0,62	0,78	68°	0,93	2,48
9°	0,16	0,16	39°	0,63	0,81	69°	0,93	2,61
10°	0,17	0,18	40°	0,64	0,84	70°	0,94	2,78
11°	0,19	0,19	41°	0,66	0,87	71°	0,95	2,90
12°	0,21	0,21	42°	0,67	0,9	72°	0,95	3,08
13°	0,23	0,23	43°	0,68	0,93	73°	0,96	3,27
14°	0,24	0,25	44°	0,69	0,97	74°	0,96	3,49
15°	0,26	0,27	45°	0,71	1,00	75°	0,97	3,73
16°	0,28	0,29	46°	0,72	1,04	76°	0,97	4,01
17°	0,29	0,31	47°	0,73	1,07	77°	0,97	4,33
18°	0,31	0,32	48°	0,74	1,11	78°	0,98	4,71
19°	0,33	0,34	49°	0,75	1,15	79°	0,98	5,15
20°	0,34	0,36	50°	0,77	1,19	80°	0,98	5,67
21°	0,36	0,38	51°	0,78	1,23	81°	0,99	6,31
22°	0,37	0,40	52°	0,79	1,28	82°	0,99	7,12
23°	0,39	0,42	53°	0,80	1,33	83°	0,992	8,14
24°	0,41	0,45	54°	0,81	1,38	84°	0,994	9,51
25°	0,42	0,47	55°	0,82	1,43	85°	0,996	11,43
26°	0,44	0,49	56°	0,83	1,48	86°	0,998	14,30
27°	0,45	0,51	57°	0,84	1,54	87°	0,999	19,08
28°	0,47	0,53	58°	0,85	1,60	88°	1,00	28,64
29°	0,48	0,55	59°	0,86	1,66	89°	1,00	57,29

## Содержание

Введение.....	3
1. Расстояния. Теорема Пифагора .....	4
2. Углы .....	11
3. Окружность .....	17
4. Подобие .....	26
5. Тригонометрические функции .....	32
6. Площадь .....	49
7. Объем .....	59
Ответы и решения .....	68
1. Расстояния. Теорема Пифагора .....	68
2. Углы .....	75
3. Окружность .....	81
4. Подобие .....	91
5. Тригонометрические функции .....	97
6. Площадь .....	113
7. Объем .....	123
Таблица приближенных значений тригонометрических функций	132