

И.М. Смирнова, В.А. Смирнов
ПРОФИЛЬНОЕ ОБУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ:
ТРАДИЦИИ И СОВРЕМЕННОСТЬ

Мы хотим привлечь ваше внимание к вопросам преподавания математики и, в частности, геометрии в условиях профильного обучения. Тема эта весьма актуальна и своевременна. Вы знаете, что уже принята Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования (Приказ № 2783 от 18.07. 2002 г.), а также новые стандарты по математике для основной и старшей школы.

В основе профильного обучения лежит идея дифференциации обучения, которая является отнюдь не новой для отечественной школы. Мы проанализировали исторические аспекты дифференциации с начала XVIII века, с правления Петра I, так как именно при нем стала складываться система светского образования. Он наметил основной путь - путь создания широкой сети общеобразовательных школ, специальных школ и училищ. Например, в 1701 году в Москве была создана школа *«математических и навигацких, т.е. мореходно-хитростных наук»*. Она определила *реальное образование* (термин XIX века), т.е. подготовку к профессии. Следующей важной и заметной вехой в дифференциации обучения было создание гимназий (их также называли государственными училищами) разного типа, "чтобы каждый своему приличному состоянию, склонности и определению обучаться мог". Таким образом, в основе дифференциации лежали не только сословные различия, но индивидуальные особенности и интересы учащихся. Были открыты училища следующих типов: 1) Для ученых людей. Они готовили выпускников к поступлению в университеты, в них очень серьезно был поставлен курс математики, в частности геометрии. 2) Военные училища. Любопытно, что в них геометрия использовалась при изучении таких предметов, как фортификация, архитектура, география (точнее она называлась даже математическая география). 3). Гражданские училища. Здесь изучались арифметика, геометрия и логика. Выпускники этих училищ работали в коллегиях и канцеляриях. 4). Купеческие училища. Геометрия также была здесь обязательным предметом, но большее значение уделялось коммерческой арифметике, составлению и ведению счетов, различных расчетов и т.д.

В XIX веке, наряду с реальным, стало развиваться *классическое гуманитарное образование*.

Появился термин *фуркация* – прообраз современного профильного обучения. Под фуркацией понимали разделение учебных планов и

программ с целью такой специализации учащихся, которая сохраняла бы общеобразовательный характер школы.

Надо заметить, что появились и первые учебники по геометрии, отражающие идеи дифференциации. Одним из самых известных учебников рассматриваемого периода является «Элементарная геометрия», *А.Ю. Давидова* (1823-1886). Эта книга выдержала 39 изданий, первое – в 1864 году и последнее – в 1922 году. Она напечатана двумя шрифтами: крупным обязательный материал, мелким дополнительный, необязательный для всех, предназначенный для углубленного изучения геометрии. Таким образом, в учебнике отражен дифференцированный подход к обучению.

Надо заметить, что к этому учебнику в 1869 году был выпущен «Сборник геометрических теорем и задач» *Е.М. Пржевальского* (брата знаменитого путешественника *Н.М. Пржевальского*). Другой знаменитой парой «учебник-задачник» по геометрии были *А.П. Киселев* – *Н.А. Рыбкин*.

В середине XIX века началась новая реформа среднего образования. Ее политическим фоном была обострившаяся борьба против крепостного права. После его отмены традиционная система подготовки учащихся к определенной профессии, т.е. прикладное реальное среднее образование было подвергнуто резкой критике, что нашло отражение в новом Уставе школы 1864 года. В нем учреждались классические и реальные гимназии, причем фуркация начиналась с первого класса. Позже такое деление на классические гимназии и реальные училища (так с 1871 года назывались реальные гимназии) было признано ошибочным в силу очень ранней возрастной специализации, когда дети еще не определили свои склонности, способности, интересы.

Таким образом, к концу XIX столетия в образовании сложилась такая ситуация, когда, с одной стороны, педагогическая и методическая науки накопили много новых положений и идей в теории обучения, а с другой стороны, имела место старая общеобразовательная система с ранней специализацией учащихся, не соответствующая достижениям педагогической психологии, подвергающаяся резкой критике. Сложившееся противоречие, естественно, не могло не привести к новой реформе образования. Преобразования касались как всей системы обучения в целом, так и обучения отдельных предметов. Особенно сильным изменениям подверглось обучение математики. Проблема фуркации в преподавании математики обсуждалась на историческом I-ом Всероссийском съезде преподавателей математики (Петербург, 27.12.1911 по 3.1.1912 гг.). Высокоавторитетный состав съезда,

участниками которого были *А. М. Астряб, Н.А. Извольский, А.Р. Кулишер, К.Ф. Лебединцев, К.А. Поссе, Д.М. Синцов, В.Б.Струве, С.И. Шохор-Троцкий* и мн. др., позволил на высоком научно-методическом уровне подойти к решению рассматриваемой проблемы. В частности, в заключительных резолюциях съезда сказано:

1. Съезд признает желательной подробную разработку вопроса о такой организации преподавания в средней школе, которая, сохраняя общеобразовательный ее характер, допускала бы специализацию в старших классах, приуроченную к индивидуальным способностям учащихся и удовлетворяющую требованиям высшей школы.

2. Съезд признает желательным, чтобы наиболее одаренные в математическом отношении учащиеся могли найти в учебном заведении удовлетворение своим запросам, а также организованное руководство со стороны учебного персонала.

К сожалению, этим идеям тогда не суждено было сбыться. Войны, годы разрухи, восстановления надолго отодвинули решение проблемы фуркации, к которой вернулись лишь в середине 50-х годов прошлого века. В 1958 году на одном из заседаний президиума Академии педагогических наук с докладом "О введении фуркации в старших классах средней школы", выступил профессор *Н.К. Гончаров*. Он, в частности, заметил, что программы по математике очень перегружены, содержат много частных, что вызывает не только переутомление учеников, но нарушает систему знаний, преемственность и взаимосвязь в обучении. Это приводит, в свою очередь, к тому, что знания нередко становятся формальными и недостаточно жизненно значимыми. Кроме этого, полная унификация учебных планов в 9-10 классах противоречит, во-первых, возрастным особенностям старшеклассников, во-вторых, требованию всестороннего развития каждого молодого человека. Эти проблемы с успехом могут быть разрешены путем введения фуркации, т.е. "создания в старших классах такой системы дифференцированного обучения, которая позволяет учащемуся, наряду с получением среднего образования более углубленно и основательно изучить предметы избранной им области". К началу 60-х годов в нашей стране стала складываться сеть специализированных математических школ и классов, что было связано с потребностью большого количества специалистов по прикладной математике, прежде всего программистов, инженеров, конструкторов и т.д. Возникло два типа математических школ и классов. Во-первых, при ведущих университетах и вузах были открыты математические школы-интернаты для особо одаренных ребят и, во-вторых, в некоторых общеобразовательных школах были созданы

специализированные математические классы, позже названные классами с углубленным изучением математики. В них было увеличено количество часов для изучения математики, расширена программа по сравнению с общеобразовательным курсом, в основном за счет введения тем из курса математического анализа. Программа по геометрии нового материала практически не содержала.

Еще одной формой дифференцированного обучения, которая появилась в эти годы, были факультативные занятия. В 1966 году было принято постановление "О мерах дальнейшего улучшения работы средней общеобразовательной школы", в котором, в частности, отмечалось отставание учебно-воспитательной работы школы от потребностей современной жизни. В связи с этим была намечена система мер по ликвидации указанного отставания. Среди них нашли отражение новые, принципиально важные для школы формы обучения, одной из которых явились факультативы. В постановлении сказано, что они создаются "для углубления знаний по физико-математическим, естественным и гуманитарным наукам, а также для развития разносторонних интересов и способностей учащихся". Таким образом, факультативные занятия явились формой дифференцированного обучения, учитывающей индивидуальные склонности и способности учащихся.

Началом современного этапа развития образования считается декабрь 1988 года, когда в Москве состоялся съезд работников народного образования, на котором был рассмотрен комплекс мер по обновлению школы. В частности, был принят тезис о необходимости дифференцированного обучения, направленного на развитие индивидуальных особенностей учащихся. Это было подхвачено передовыми учеными и преподавателями, которые начали разработку новых концепций дифференцированного обучения.

В основе любой дифференциации лежат индивидуально-психологические особенности учащихся. Исследованием индивидуальных различий занимается специальный раздел психологии, который называется «Дифференциальная психология». Она накопила значительный экспериментальный материал о вариативности как отдельных психических свойствах человека (памяти, восприятия, внимания, воображения, мышления и т.п.), так и о сложных комплексных образованиях (характере, темпераменте, интересах, склонностях, мотивации и т.д.).

В России была своя школа дифференциальной психологии, основоположником которой можно считать *А.Ф. Лазурского* (1874-1917). Его перу принадлежит фундаментальный труд «Классификация

личностей». В нем автор в качестве основного критерия классификации рассматривал уровень проявления активности, приспособления индивида к окружающему миру. И уже опираясь на это, Лазурским были разработаны конкретные программы исследования личности, составление индивидуальных характеристик школьников и методика их обучения.

Говоря об индивидуальных особенностях, конечно, нельзя не сказать о *Б.М. Теплове* (1896-1965) и его учениках. Именно они пришли к выводу, что наши задатки, склонности, способности определяются свойствами нервной системы. А поскольку она для каждого отдельного человека имеет вполне определенный характер, это создает благоприятную почву для формирования устойчивого поведения школьника. Следовательно, задача школы – не навязывать, вообще говоря, ребенку готовую систему обучения, а, в соответствии с его индивидуальными особенностями, предложить индивидуальную программу, как сейчас принято говорить, траекторию изучения предмета, в частности, геометрии.

Выбор профиля обучения зависит в большой степени от выбора будущей специальности, от того, какое место будет занимать в ней, в частности, математика. Среди специализированных профильных классов наиболее часто встречаются математические, физико-математические, технические; гуманитарные, среди которых исторические, филологические, философские; естественные-биологические, химические, географические; юридические, экономические и др. Для профильных классов должны создаваться специальные курсы математики, в частности, геометрии.

Главным вопросом при этом является вопрос о том, каким должно быть преподавание математики в классах с различной профильной направленностью? Что общего и чем отличается преподавание геометрии в этих классах? Хорошо известно, что математика, и, в частности, геометрия, является объектом общей культуры человека. Она в равной степени нужна художнику и математику. Это связано с тем, что в равной степени необходимо развивать рациональные и иррациональные психологические функции человека.

Мы исходим из того, что Геометрия – это элемент общей культуры человека. Давно и хорошо известно, что геометрию нужно изучать не для того, чтобы использовать ее в быту. Еще великий Николай Иванович Лобачевский, который посвятил геометрии всю свою жизнь, говорил, что именно геометрия формирует определенный стиль мышления, культуру мышления. Именно геометрия отвечает за развитие

пространственного воображения, пространственных представлений, которые нужны для того, чтобы научиться правильно ориентироваться в окружающем нас трехмерном мире, понять, как он устроен.

Н.Ф. Четверухин (1891-1974) подчеркивал важность развития пространственных представлений для всех учащихся, вне зависимости от направления их дальнейшего образования и выбора будущей профессии, «хорошее пространственное воображение нужно конструктору, создающему новые машины, геологу, разведывающему недра земли, архитектору, сооружающему здания современных городов, хирургу, производящему тончайшие операции среди кровеносных сосудов и нервных волокон, скульптору, художнику и т.д.».

Сказанное положено в основу разработанного нами учебно-методического комплекта по геометрии. В него входят следующие учебники, имеющие Гриф Министерства образования РФ и входящие в федеральный перечень учебной литературы:

1. Геометрия: Учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2005.

2. Геометрия: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений. – М.: Мнемозина, 2003.

3. Геометрия: Учебник для 10-11 классов гуманитарного профиля. – М.: Мнемозина, 2004.

Эти учебники составляют единую геометрическую линию. Они, с одной стороны, сохраняют традиции отечественного геометрического образования, а с другой – реализуют современные дидактические принципы, связанные с индивидуализацией и дифференциацией обучения.

Учебник для 7-9 классов следует традициям отечественной школы, заложенным еще в учебниках А.П. Киселева. Строгость и четкость в нем сочетается с простотой, доступностью и наглядностью изложения.

Помимо традиционного материала, в учебник включены вопросы истории, элементы современной и научно-популярной геометрии, нестандартные и исследовательские задачи. Этот дополнительный материал может быть использован для индивидуальной работы с учащимися, развития их исследовательских способностей, проведения кружков и олимпиад по математике. Все это призвано помочь учащимся в предпрофильной ориентации и выбору соответствующего профиля обучения.

На это нацелены и курсы по выбору, в которых школьники могут проявить свои склонности и интересы.

Мы разработали два таких курса "Многоугольники" и "Кривые".

Многоугольники составляют основу геометрии. От того, насколько хорошо освоено это понятие, во многом зависит успешность изучения всей геометрии. В предлагаемом курсе рассматриваются свойства многоугольников, выходящие за рамки школьной программы, расширяются и углубляются геометрические представления учащихся.

Кроме этого, включен научно-популярный материал, отражающий некоторые современные направления развития геометрии и их приложения. Это теорема Эйлера и задача Эйлера о трех домиках и трех колодцах, положившие начало теории графов и топологии, проблема четырех красок, паркет, равносоставленность и задачи на разрезание, оптимальное управление.

Кривые с древних времен привлекали к себе внимание ученых и использовались ими для описания различных природных явлений от траектории брошенного камня до орбит космических тел. В школьном курсе математики кривые рассматриваются как графики функций при изучении алгебры и начал анализа 10-11 классов. Конечно, это уже довольно поздно. Кроме того, при исследовании графиков функций основное внимание уделяется их аналитическим свойствам, возрастанию, убыванию и т. п. Геометрические же свойства остаются в стороне даже для таких известных кривых как парабола, эллипс, гипербола.

Знакомство с кривыми, изучение их свойств позволит, на наш взгляд, расширить геометрические представления учащихся, углубить их знания, повысить интерес к геометрии, создаст содержательную основу для дальнейшего изучения математики, физики и др. наук.

В предлагаемом курсе рассмотрены классические кривые и способы их образования: геометрические места точек, траектории движения, аналитически заданные. Приведены примеры автоподобных кривых и фракталов, рассмотрены их свойства.

Показаны возможности использования компьютера для изображения геометрических фигур и решения задач.

Помимо теоретического материала, указанные курсы содержат задачи для самостоятельной работы учащихся. В конце приведены ответы к задачам и список рекомендуемой литературы.

В старших классах линию учебника геометрии 7-9 классов продолжают учебники для 10-11 общеобразовательных классов и 10-11 классов гуманитарного профиля. Они направлены на формирование математической культуры и развитие личности ученика. Все их содержание разбито на небольшие пункты, соответствующие отдельным занятиям. В каждый пункт входят теоретические вопросы, задачи

(устные, основные, повышенной трудности, нестандартные и исследовательские), исторические справки.

Часть пунктов отмечена звездочкой, это необязательный дополнительный материал, относящийся к некоторым современным направлениям развития геометрии и ее приложениям.

Основной материал учебника соответствует новым стандартам по геометрии для старших классов базового уровня. Дополнительный материал расширяет и углубляет знания учащихся по геометрии, включает в себя некоторые вопросы современных направлений развития геометрии и ее приложений.

Так, помимо изображения пространственных фигур в параллельной проекции, изучаются методы изображения пространственных фигур в ортогональной и центральной проекциях.

Рассмотрены вопросы, отражающие некоторые современные направления развития геометрии, среди которых: понятие выпуклости и свойства выпуклых многогранников, теорема Эйлера и ее приложения, многогранные углы, вписанные и описанные многогранники, конические сечения и их свойства, понятие ориентации, лист Мебиуса как пример неориентируемой поверхности и др.

Расширены аналитические методы геометрии и их приложения. Помимо уравнений сферы и плоскости, учащиеся знакомятся с уравнениями прямой, аналитическим заданием многогранников и тел вращения, уравнениями кривых и поверхностей в пространстве. Рассматривается приложение аналитических методов к решению задач оптимального управления и решается транспортная задача.

В заключение рассказано о компьютерной программе «Математика», позволяющей получать изображения сложных многогранников, поверхностей и фигур вращения, приведены примеры таких изображений. Использование компьютерных программ для изображения пространственных фигур может стать основой межпредметных связей между геометрией и информатикой.

В курсе геометрии для гуманитарных классов большое внимание уделяется историческим аспектам, философским и мировоззренческим вопросам. Учащимся предлагаются исторические сведения о Н.И.Лобачевском, центральном проектировании – перспективе, Л.Эйлере, правильных многогранниках – телах Платона, полуправильных многогранниках – телах Архимеда, конических сечениях, объеме пирамиды, Р. Декарте и др.

Большое значение придается наглядности, которая является одним из дидактических принципов обучения.

С самого начала изучения геометрии вводятся многогранники (параллелепипед, призма, пирамида, правильные многогранники). Это позволяет, с одной стороны, проиллюстрировать на многогранниках свойства параллельности и перпендикулярности, а с другой – постепенно формировать умения учащихся по нахождению геометрических величин, расстояний и углов.

Предлагаются различные способы изготовления моделей многогранников из разверток и геометрического конструктора. Моделирование многогранников способствует развитию у школьников пространственных представлений, конструкторских рационализаторских способностей, формированию понятия математической модели, раскрытию прикладных возможностей геометрии; воспитанию эстетических чувств.

Самодельные модели являются средством конкретной наглядности – первой стадии, которая ведет к абстрактной наглядности – чертежу. Модели могут быть использованы учителем для иллюстрации новых понятий, доказательств теорем, решения задач. Красиво сделанные модели являются украшением любого кабинета математики, рабочего уголка школьников.

Развитие пространственных представлений учащихся предполагает умения правильно изображать основные геометрические фигуры и исследовать их взаимное расположение. Именно от этого во многом зависит успешность изучения геометрии. Поэтому много внимания уделяется вопросам изображения пространственных фигур. Помимо изображения пространственных фигур в параллельной проекции, рассматриваются методы изображения пространственных фигур в ортогональной и центральной проекциях, приводятся примеры таких изображений (изображение прямоугольного параллелепипеда и сферы в ортогональной проекции, изображение куба в центральной проекции и др.).

Включение в курс геометрии разнообразного материала, учитывающего интересы каждого школьника, способствует повышению интереса и желания учащихся заниматься геометрией. Опираясь на этот интерес и желание, можно преодолеть и известные трудности обучения.

Для работы по данным учебникам предлагается современное методическое обеспечение, в которое входят следующие пособия:

1. Дидактические материалы по геометрии для 7, 8, 9 классов. – М.: Мнемозина, 2005.

2. Методические рекомендации для учителя, 7, 8, 9. – М.: Мнемозина, 2006.

3. Дидактические материалы по геометрии для 10-11 классов. – М.: Мнемозина, 2003.

4. Методические рекомендации для учителя, 10 – 11 классы. – М.: Мнемозина, 2003.

5. Нестандартные и исследовательские задачи по геометрии. 7-11 классы. – М.: Мнемозина, 2004.

6. Элективные курсы по геометрии: «Многоугольники», «Кривые», «Многогранники», «Изображение пространственных фигур». – М.: Мнемозина, 2006.