

КАКОЙ БЫТЬ ГЕОМЕТРИИ В ГИА И ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

**И.М. Смирнова,
В.А. Смирнов,
МПГУ (Москва),
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru**

В статье формулируются принципы отбора задач для ГИА и ЕГЭ по математике, способствующие повышению качества геометрического образования школьников.

Ключевые слова: Государственная итоговая аттестация, Единый государственный экзамен, геометрические задачи.

Государственная итоговая аттестация (ГИА) в 9-м классе и Единый государственный экзамен (ЕГЭ) в 11-м классе не только осуществляют контроль качества обучения школьников, полученных ими знаний, выработанных умений и навыков, сформированных компетенций. Структура и содержание этих экзаменов задают ориентиры всего математического образования, влияют на отбор содержания, выбор форм и методов обучения. Поэтому так важно, чтобы содержание ГИА и ЕГЭ по математике соответствовало целям и задачам математического образования школьников, способствовало повышению его качества.

Сейчас общепризнанно, что нужно усилить роль геометрии в ГИА и ЕГЭ по математике. Это обусловлено той ролью, которую геометрия играет в современной науке, а также в образовании, воспитании и развитии подрастающего поколения.

На протяжении веков геометрия служила основой не только математики, но и других наук. Именно в ней появились первые теоремы и доказательства. Сами законы математического мышления формировались с помощью геометрии. Многие геометрические задачи способствовали

появлению новых научных направлений и, наоборот, многие научные проблемы были решены с использованием геометрических методов.

Так, задача об измерении длины отрезков привела к открытию Пифагором несоизмеримых отрезков и в дальнейшем к построению теории действительных чисел.

Задачи об измерении длины окружности, площади круга, объемов шара и пирамиды привели древнегреческих ученых к понятию предела и заложили основы интегрального исчисления.

Задачи на нахождение уравнения касательной к кривой и вычисления площади криволинейной трапеции привели Г. Лейбница и И. Ньютона к созданию дифференциального и интегрального исчислений.

Геометрические методы изображения пространственных фигур стали фундаментом живописи.

Задача на определение орбит космических тел оказалась связана и была решена с помощью конических сечений.

Задача Эйлера о кенигсбергских мостах положила начало новым направлениям в геометрии – теории графов, топологии.

Разработка методов решения задач оптимального управления стала возможной благодаря развитию геометрических методов, в том числе теории многогранников.

Функциональный анализ, один из современных разделов математического анализа, опирается на понятие бесконечномерного линейного пространства, обобщающего понятие евклидова пространства.

Одно из основных понятий современной алгебры – понятие группы возникло на основе геометрических понятий симметрии и движения. Группы симметрий играют важную роль не только в математике, но и физике, химии, биологии, кристаллографии и других науках.

Современные представления о Вселенной описываются на языке геометрии с помощью понятия многообразия.

В последние десятилетия активно развивается алгебраическая геометрия – раздел математики, изучающий алгебраические структуры геометрическими методами. В частности, решение проблемы Ферма было недавно получено с использованием геометрических методов.

В связи с развитием компьютерной техники возникли и бурно развиваются новые направления в геометрии – компьютерная геометрия и 3D-моделирование.

Вообще современная наука и ее приложения немислимы без геометрии и ее новых направлений, таких как топология, дифференциальная геометрия, алгебраическая геометрия, компьютерная геометрия и др.

Неслучайно все последние научные открытия так или иначе связаны с геометрией. Многие из них сделаны отечественными учеными. Например, гипотезу Пуанкаре доказал наш соотечественник Г. Перельман. Абелевская премия

по математике 2009 г. была присуждена М. Громову за выдающийся вклад в развитие геометрии. Нобелевская премия по физике 2010 г. была присуждена К. Новоселову и А. Гейму за открытие и исследование свойств графена, молекулы которого расположены в вершинах паркета из правильных шестиугольников. Филдсовская премия по математике 2010 г. присуждена С. Смирнову за результаты, полученные в области фрактальной геометрии. Нобелевская премия по химии 2011 г. присуждена израильскому ученому Д. Шехтману за открытие квазикристаллов, строение которых имеет форму мозаик Пенроуза. Абелевская премия 2011 г. присуждена американскому ученому Д.У. Милнору за открытия в области дифференциальной геометрии и топологии.

Геометрия – это не только современный раздел математики, но и элемент общей культуры человека, который вносит неопределимый вклад в развитие мышления, воображения, исследовательских способностей.

Она в равной степени нужна и математику, и инженеру, и художнику. Это связано с тем, что в равной степени необходимо развивать рациональные и иррациональные психические функции человека. К первым, например, относится мышление, ко вторым – ощущения, интуиция. Для любого человека важно заботиться о равномерном развитии как левого, так и правого полушарий головного мозга. Как известно, левое полушарие отвечает за логическое, а правое – за художественное мышление, если одно из них не будет развито, из человека не получится гармонично развитой личности. Геометрия представляет для этого богатые возможности.

Об этом говорили и говорят многие видные ученые-математики. Например,

Н.Ф. Четверухин подчеркивал важность развития пространственных представлений для всех учащихся вне зависимости от направления их дальнейшего образования и выбора будущей профессии. «Хорошее пространственное воображение нужно конструктору, создающему новые машины, геологу, разведывающему недра земли, архитектору, сооружающему здания современных городов, хирургу, производящему тончайшие операции среди кровеносных сосудов и нервных волокон, скульптору, художнику и т.д.» [1].

А.Д. Александров, говоря о целях преподавания геометрии, указывал, что «особенность геометрии, выделяющая ее среди других наук вообще, состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимодействуют и дополняют друг друга» [2]. В соответствии с этим в статье делается вывод о том, что преподавание геометрии в школе должно включать в себя три тесно связанных, но вместе с тем и противоположных элемента: логику, наглядное представление и применение к реальным вещам. Задача геометрии заключается в развитии у школьников трех соответствующих качеств: логического мышления, пространственного воображения и практического понимания.

В.Г. Болтянский в статье [3] говорил о том, что природа геометрии предоставляет богатые возможности для воспитания у школьников эстетического чувства красоты в самом широком значении этого слова. Красота геометрии заключается в ее проявлениях в живой природе, архитектуре, живописи, декоративно-прикладном искусстве, строительстве и т.д., а также в смелых, оригинальных, нестандартных доказательствах, выводах и решениях.

Отечественной школой накоплен уникальный опыт преподавания геометрии. На наш взгляд, именно благодаря хорошему школьному геометрическому образованию наши ученые занимают передовые позиции в мире, добиваются высоких научных результатов.

К сожалению, в девяностые годы прошлого века уровень геометрического образования и интерес школьников к геометрии снижался. Дошло до того, что геометрические задачи не включались в Государственную итоговую аттестацию, а в Едином государственном экзамене они составляли незначительную часть. В некоторых школах для того, чтобы лучше подготовить школьников к экзаменам, сокращали количество часов, отводимых на изучение геометрии.

Задача, которую необходимо решить сегодня, состоит в том, чтобы, опираясь на достигнутый отечественной школой уровень геометрического образования, сделать курс геометрии современным и интересным, учитывающим склонности и способности учеников, направленным на формирование математической культуры, интеллектуальное развитие личности каждого школьника, его творческих способностей, формирование представлений учащихся о геометрии, ее месте и роли в современном мире.

Геометрические задачи должны занять достойное место в ГИА и ЕГЭ по математике, отвечать целям и задачам геометрического образования школьников.

При этом, на наш взгляд, должны соблюдаться следующие принципы.

I. *Принцип полноты*, означающий, что предлагаемые задачи должны охватывать все основные разделы школьного курса геометрии, способствовать достижению целей обучения геометрии.

Традиционно геометрические задачи подразделяются на:

- задачи на нахождение геометрических величин (углов, расстояний, длин, площадей, объемов);
- задачи на доказательство;
- задачи на изображение и построение геометрических фигур.

Каждый из этих типов задач выполняет важную дидактическую функцию и способствует достижению результатов обучения.

В ГИА и ЕГЭ по математике должны быть в той или иной мере представлены геометрические задачи всех этих типов. В противном случае это может привести к снижению внимания к соответствующему разделу в процессе обучения геометрии, что, в свою очередь, может сказаться и на результатах обучения.

II. *Принцип пропорциональности*, означающий, что число задач по геометрии и алгебре должно находиться примерно в таком же отношении, как и число часов, отводимых на изучение этих предметов.

Непропорционально малое количество геометрических задач в ГИА и ЕГЭ влечет за собой уменьшение внимания к геометрии, создает перекоп в изучении геометрии и алгебры. Кроме того, это ставит учащихся с более выраженными способностями к геометрии в неравные условия с учащимися, проявляющими способности в алгебре.

III. *Принцип открытости*, предполагающий наличие открытого банка задач, включаемых в содержание ГИА и ЕГЭ по математике, а также методических пособий по геометрии для подготовки к ГИА и ЕГЭ.

IV. *Принцип систематичности*, предполагающий, что лучшим способом подготовки к ГИА и ЕГЭ по математике должны стать систематические занятия по учебникам в течение всего периода обу-

чения. Открытый банк задач, методические пособия для подготовки к ГИА и ЕГЭ должны естественным образом дополнять учебники, а не заменять их.

V. *Принцип преемственности*, означающий, что задачи, включаемые в содержание ГИА, должны создавать необходимую базу для подготовки к решению задач ЕГЭ по математике, а содержание ЕГЭ по математике должно быть естественным продолжением содержания ГИА по математике.

VI. *Принцип результативности*, означающий, что задачи ГИА и ЕГЭ по математике должны проверять не математические способности школьников, а результаты обучения, умение решать задачи. При этом задачи базового уровня должны быть таковы, чтобы решать их можно было налить всех школьников.

VII. *Принцип наглядности*, предполагающий наличие в формулировках геометрических задач рисунков, позволяющих лучше понять условие, представить соответствующую геометрическую ситуацию, наметить план решения, при необходимости провести дополнительные построения и вычисления.

VIII. *Принцип практической направленности*, означающий включение в содержание ГИА и ЕГЭ по математике геометрических задач с практическим содержанием.

Геометрия имеет большой потенциал для реализации этого принципа. Каждый школьник в результате изучения геометрии должен овладеть умениями решать практические задачи, связанные с нахождением углов, расстояний, площадей, объемов и т.д. Среди многочисленных книг, посвященных геометрическим задачам с практическим содержанием, отметим книги А.П. Доморяда, Б.А. Кордемского, Я.И. Перельмана и др.

В демоверсиях ГИА и ЕГЭ по математике 2012 г. указанные принципы постепенно начинают реализовываться.

В демоверсии ГИА из двадцати трех задач – шесть геометрические. В базовой части имеются четыре геометрические задачи из восемнадцати.

1. Задача на нахождение градусной величины угла.
2. Задача с практическим содержанием на нахождение расстояния.
3. Задача на нахождение площади.
4. Задача на выбор верных утверждений из нескольких предложенных.

Во второй части имеются две геометрические задачи из пяти.

1. Задача на доказательство.
2. Планиметрическая задача повышенного уровня сложности.

Из приведенных примеров видим, что принципы полноты и пропорциональности реализованы пока не полностью. Например, совсем не представлен такой важный раздел курса геометрии, как «Симметрия».

Задача на выбор верных утверждений из предложенных не вполне отвечает принципу результативности. Для того чтобы выяснить, верно или нет то или иное утверждение, учащемуся нужно:

- 1) знать формулировки всех теорем;
- 2) понимать, что изменение формулировки теоремы может давать как верное, так и неверное утверждение;
- 3) для осознанного выбора верного утверждения уметь его доказывать;
- 4) в случае неверного утверждения уметь приводить контрпример.

Все это выводит данную задачу за рамки базового уровня.

Принципы открытости, систематичности, наглядности и практической направленности в целом соблюдаются.

В демоверсии ЕГЭ из двадцати задач – шесть геометрические. Среди них в базовой части имеются четыре геометрические задачи из четырнадцати.

1. Задача на нахождение градусной величины угла.
2. Задача на нахождение расстояния между двумя точками в пространстве.
3. Задача на нахождение площади плоской фигуры.
4. Задача на нахождение объема или площади поверхности тела в пространстве.

Во второй части имеются две геометрические задачи из шести.

1. Задача на нахождение в пространстве угла между двумя прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями, а также на нахождение расстояния от точки до прямой, от точки до плоскости, между двумя прямыми.
2. Планиметрическая задача повышенного уровня сложности.

В целом подбор задач соответствует указанным выше принципам открытости, систематичности, преемственности, результативности, наглядности и практической направленности. Однако, как и в случае ГИА, принципы полноты и пропорциональности реализуются пока не полностью. Хотелось бы, чтобы из четырнадцати задач базовой части ЕГЭ по математике геометрических задач было не четыре, как сейчас, а по крайней мере пять.

Конечно, сейчас геометрия в школе не в самом хорошем состоянии. Однако в последние два года наметились положительные тенденции. Постепенно повышается внимание учителей и учащихся к геометрии. Впервые геометрические задачи включены в ГИА по математике. Стали улучшаться результаты решения геометрических задач ЕГЭ по математи-

ке. Необходимо сохранить и усилить эту тенденцию, сделать геометрию современным интересным предметом, повысить качество обучения геометрии и тем самым качество математического образования школьников. На наш взгляд, этому будет способствовать совершенствование структуры и содержания ГИА и ЕГЭ по математике на основе указанных выше принципов.

Литература

1. *Четверухин Н.Ф.* Геометрические характеристики причины трудности узнавания геометрических фигур на чертеже // Математика в школе. – 1965. – № 4.
2. *Александров А.Д.* О геометрии // Математика в школе. – 1980. – № 3.
3. *Болтянский В.Г.* Математическая культура и эстетика // Математика в школе. – 1982. – № 2.