О МОДЕЛИРОВАНИИ КОМБИНАЦИЙ МНОГОГРАННИКОВ И КРУГЛЫХ ТЕЛ В КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРОГРАММЕ GEOGEBRA

В. А. Смирнов, И. М. Смирнова
Московский педагогический государственный университет (МПГУ)
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru
i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация: в работе показываются способы моделирования комбинаций многогранников и круглых тел в компьютерной программе GeoGebra; предлагаются упражнения для самостоятельного решения.

Ключевые слова: комбинации многогранников и круглых тел, моделирование.

ON MODELING COMBINATIONS OF POLYHEDRA AND ROUND BODIES IN THE GEOGEBRA COMPUTER PROGRAM

V. A. Smirnov, I. M. Smirnova
Moscow State Pedagogical University (MSPU)
e-mail: v-a-smirnov@mail.ru,
i-m-smirnova@yandex.ru

Astract: the paper shows ways to model combinations of polyhedra and round bodies in the GeoGebra computer program; exercises for self-solution are proposed.

Keywords: combinations of polyhedra and round bodies, modeling.

Задачи на комбинации многогранников и круглых тел являются одними из наиболее трудных задач стереометрии. Это связано с тем, что для решения этих задач требуются развитые пространственные представления учащихся.

Проблема состоит в том, что для изображения многогранников обычно используется параллельное проектирование, а для изображения круглых тел и комбинаций многогранников и круглых тел используется ортогональное проектирование.

Не учёт этого обстоятельства приводит к ошибкам в изображениях, которые встречаются даже в учебниках геометрии.

На рисунке 1, а показан пример неправильного изображения сферы, вписанной в куб, при котором куб изображён в параллельной проекции, а сфера – в ортогональной. Правильное изображение сферы, вписанной в куб, показано на рисунке 1, б.

Отметим, что изображение куба и других многогранников в ортогональной проекции является довольно сложным даже для углублённого уровня обучения математике.

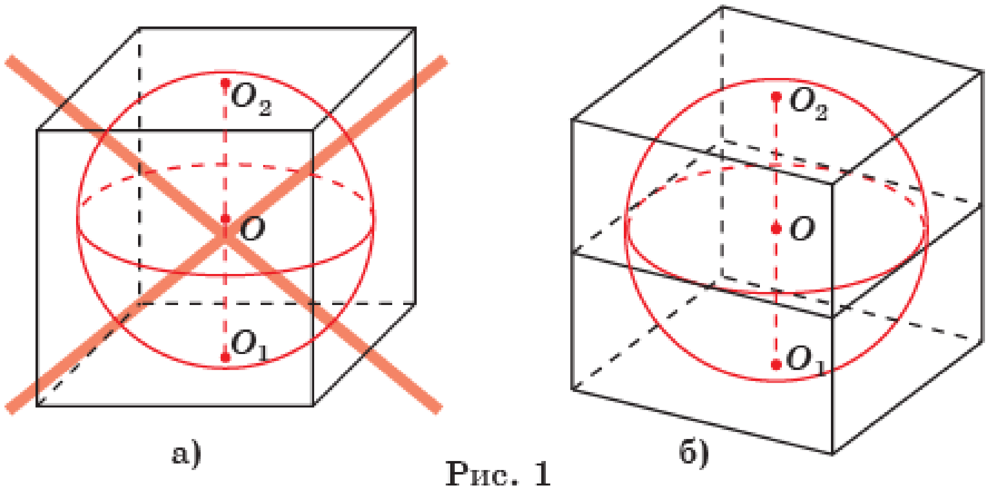

Рис. 1

Выходом из этого положения является моделирование комбинаций и круглых тел в компьютерных программах. Оно нагляднее, чем рисунок, и позволяет сформировать соответствующие пространственные представления учащихся.

Здесь мы рассмотрим способы моделирования комбинаций многогранников и круглых тел в компьютерной программе GeoGebra.

Начнём со сферы, вписанной в куб.

Построим куб. Отметим его центр O и центр O_1 одной из его граней. Для получения сферы, вписанной в куб, можно воспользоваться инструментом «Сфера по центру и точке» или инструментом «Сфера по центру и радиусу». На рисунке 2 показана искомая сфера.

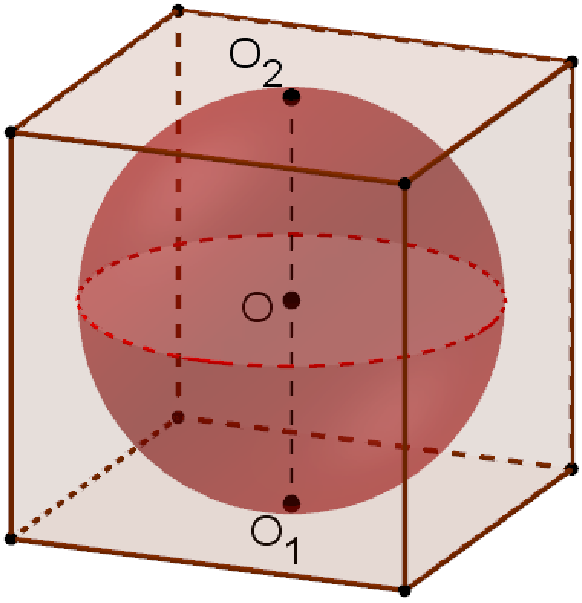

Рис. 2

Аналогичным образом получается сфера, описанная около куба (рис. 3).

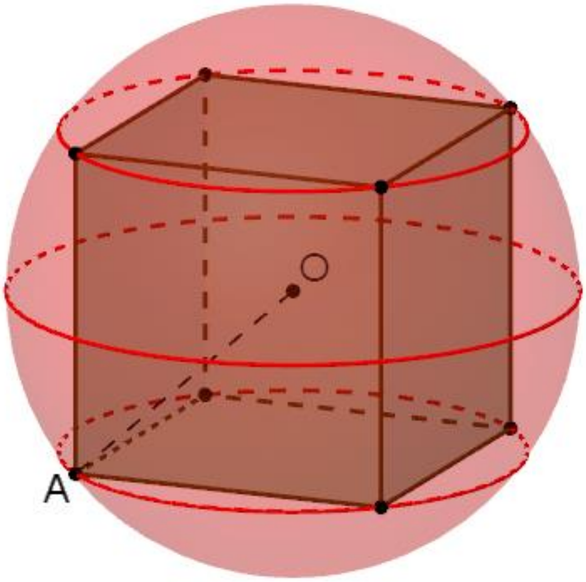

Рис. 3

Для моделирования сферы, вписанной в цилиндр, сначала построим сферу с центром O и её диаметр O_1O_2. Для получения цилиндра, описанного около этой сферы, воспользуемся инструментом «Цилиндр». Отметим точки O_1, O_2, в качестве радиуса укажем отрезок OO_1.

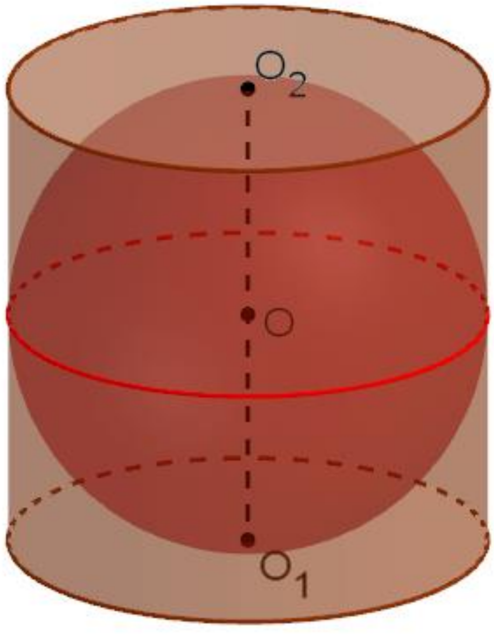

Рис. 4

Для моделирования сферы, описанной около цилиндра, сначала построим цилиндр. Отметим центры O_1, O_2 его оснований и середину O отрезка O_1O_2. На окружности основания выберем какую-нибудь точку A. Построим сферу с центром O и радиусом OA. Она и будет искомой сферой, описанной около цилиндра (рис. 5).

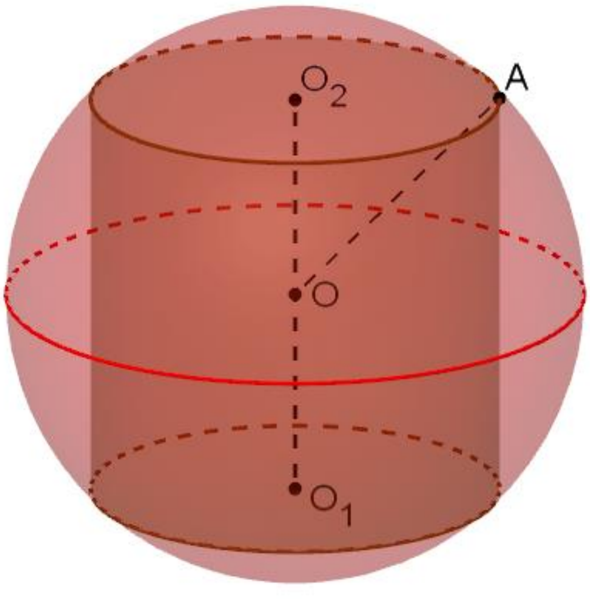

Рис. 5

Для моделирования сферы, вписанной в конус, сначала построим конус. Отметим центр O_1 его основания. Проведём высоту SO_1 и осевое сечение SAB. Проведём биссектрису угла SAB и найдём точку O её пересечения с высотой SO_1. Построим сферу с центром O и радиусом OO_1. Она и будет искомой сферой, вписанной в данный конус (рис. 6).

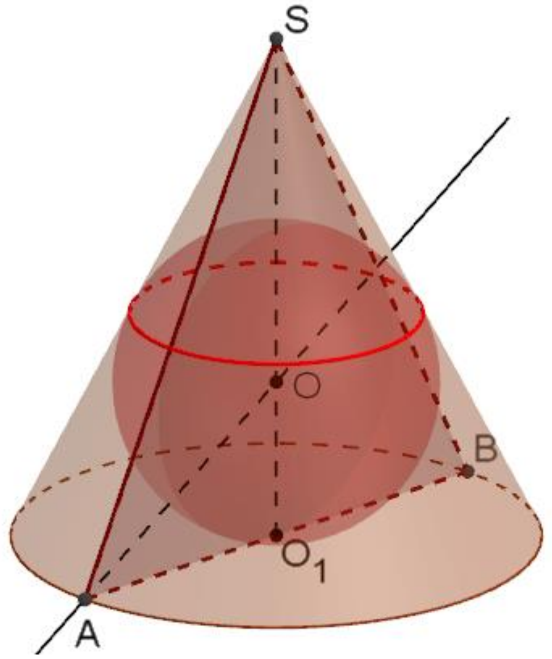

Рис. 6

Для моделирования сферы, описанной около конуса, сначала построим конус. Отметим центр O_1 его основания. Проведём высоту SO_1. Отметим какую-нибудь точку A на окружности основания. Проведём отрезок SA и отметим его середину C. Через точку C проведём плоскость, перпендикулярную прямой SA, и найдём точку O её пересечения с высотой

SO_1. Построим сферу с центром O и радиусом OA. Она и будет искомой сферой, описанной около данного конуса (рис. 7).

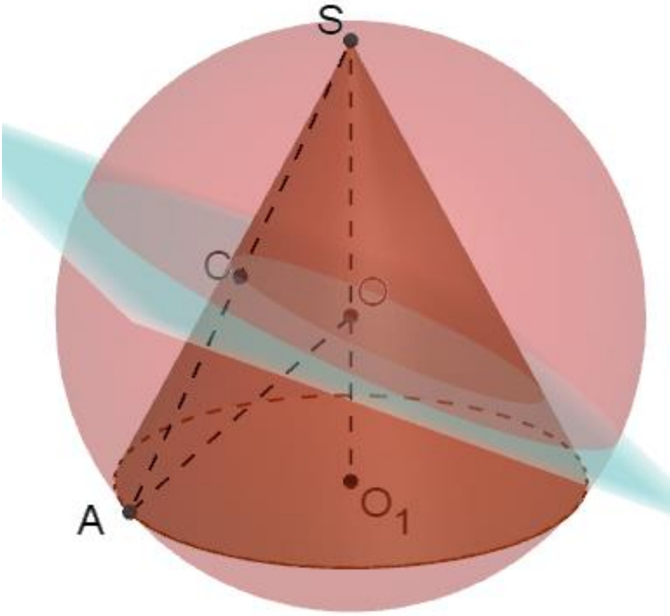

Рис. 7

Для моделирования сферы, вписанной в треугольную призму, построим прямую треугольную призму $ABCA_1B_1C_1$, высота которой равна диаметру окружности, вписанной в основание. Отметим центры O_1, O_2 оснований и середину O отрезка O_1O_2. Построим сферу с центром O и радиусом OO_1. Она и будет искомой сферой, вписанной в призму (рис. 8).

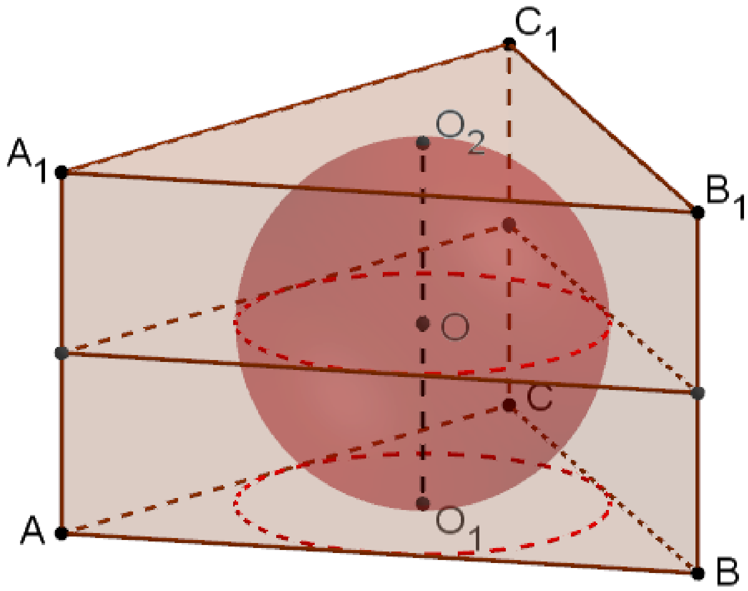

Рис. 8

Для моделирования сферы, описанной около треугольной призмы, построим прямую треугольную призму $ABCA_1B_1C_1$. Отметим центры O_1, O_2

окружностей, описанных около её оснований, и середину O отрезка O_1O_2. Построим сферу с центром O и радиусом OA. Она и будет искомой сферой, описанной около данной призмы (рис. 9).

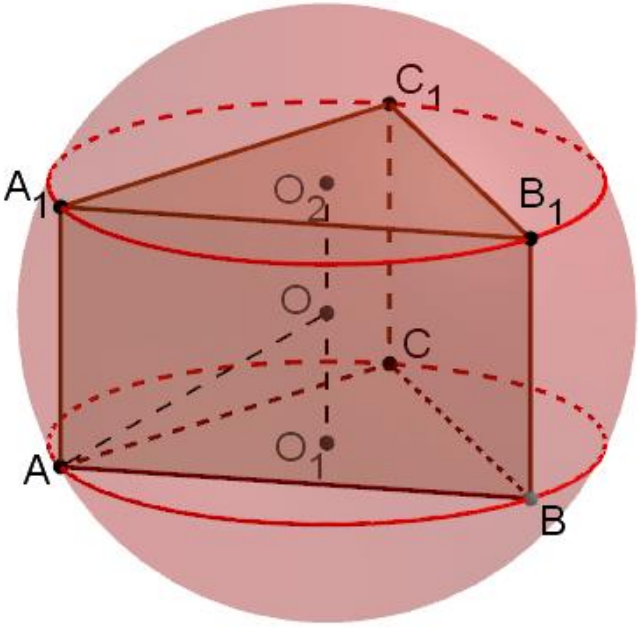

Рис. 9

Для моделирования сферы, вписанной в четырёхугольную пирамиду, построим правильную четырёхугольную пирамиду $SABCD$. Отметим центр O_1 её основания. Проведём высоту SO_1. Отметим середину E отрезка AD. Проведём биссектрису угла SEO_1 и найдём её точку O пересечения с высотой SO_1. Построим сферу с центром O и радиусом OO_1. Она и будет искомой сферой, вписанной в пирамиду (рис. 10).

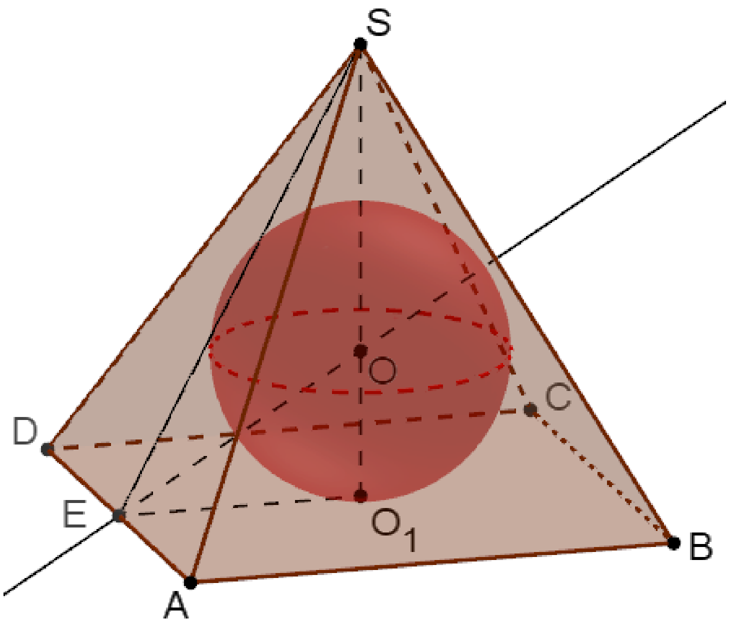

Рис. 10

Для моделирования сферы, описанной около четырёхугольной пирамиды, построим правильную четырёхугольную пирамиду *SABCD*. Отметим центр O_1 её основания. Проведём высоту SO_1. Отметим середину *E* отрезка *SA*. Через точку *E* проведём плоскость, перпендикулярную прямой *SA*, и найдём точку *O* её пересечения с высотой SO_1. Построим сферу с центром *O* и радиусом *OA*. Она и будет искомой сферой, описанной около данной пирамиды (рис. 11).

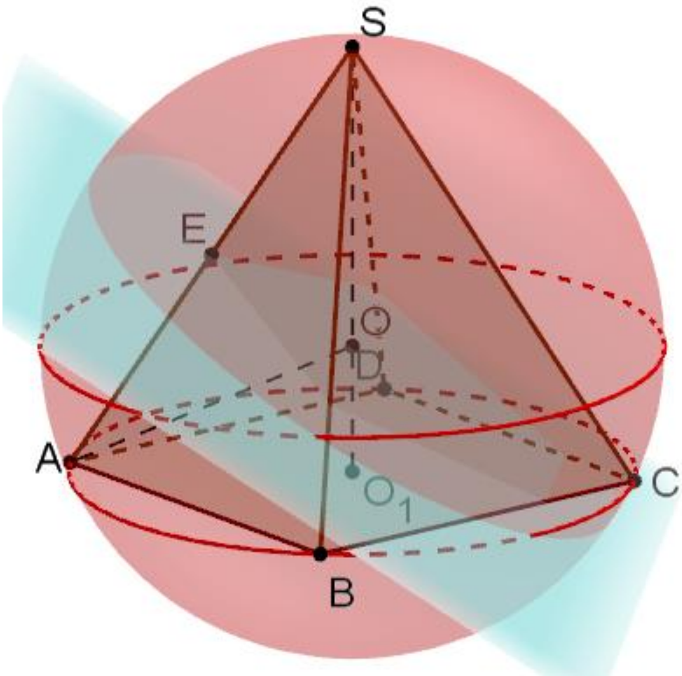

Рис. 11

Список источников

1. Смирнова И. М., Смирнов В. А. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. 11 класс. Геометрия: учебник для учащихся общеобразовательных организаций (базовый и углублённый уровни). – М.: Мнемозина, 2020.
2. Смирнов В. А., Смирнова И. М. Геометрия с GeoGebra. Стереометрия. – М.: Прометей, 2018.