

В.А. Смирнов

ГЕОМЕТРИЯ

ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

2011

## ВВЕДЕНИЕ

Выработка умений решать задачи на доказательство относится к основным целям обучения геометрии в школе.

Задачи на доказательство входят в содержание ГИА и ЕГЭ по математике.

Для подготовки к этим экзаменам необходимо выработать надежные и устойчивые умения учащихся решать базовые задачи на доказательство. При этом надежность умений означает получение учащимися правильного решения даже не для большинства, а для всех предложенных задач. Устойчивость означает сохранение сформированных умений на длительный промежуток времени.

Данное пособие предназначено для организации текущего и итогового контролей за отработкой базовых умений учащихся решать задачи на доказательство, используя признаки равенства треугольников, свойства и признак равнобедренного треугольника. Оно может быть использовано для подготовки к ГИА при работе по любому учебнику геометрии, входящему в Федеральный перечень.

Пособие содержит шесть самостоятельных работ и одну контрольную работу в четырех вариантах каждая. Самостоятельные работы содержат по 6 задач и рассчитаны на 45 минут.

Все задачи сопровождаются рисунками, позволяющими учащимся лучше понять условие, наметить план решения, провести дополнительные построения.

Итоговая контрольная работа также содержит 6 задач и рассчитана на 45 минут.

Самостоятельные работы 1, 2 и 3 содержат задачи на доказательство, при решении которых используются соответственно первый, второй и третий признаки равенства треугольников.

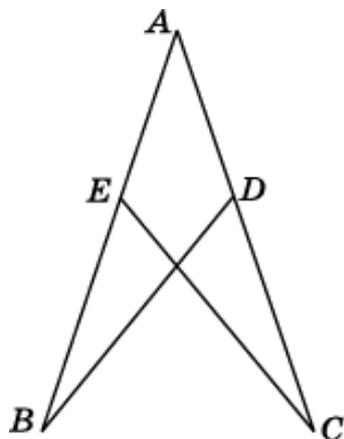
Самостоятельная работа 4 относится к теме «Равнобедренный треугольник». Она содержит задачи на доказательство, решение которых использует свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Самостоятельная работа 5 содержит задачи на признаки равенства треугольников, для решения которых требуется заполнить пропуски в доказательстве.

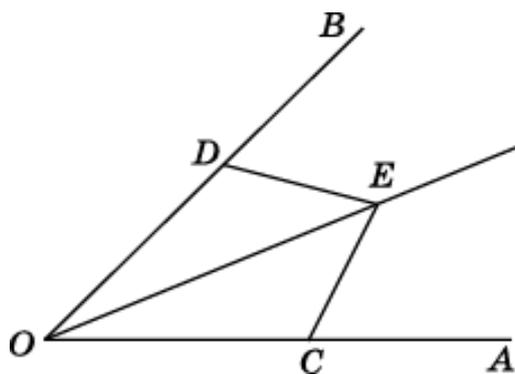
Итоговая контрольная работа содержит задачи по всем перечисленным выше темам. В конце пособия даны ответы ко всем задачам.

Самостоятельная работа 1  
Первый признак равенства треугольников  
Вариант 1

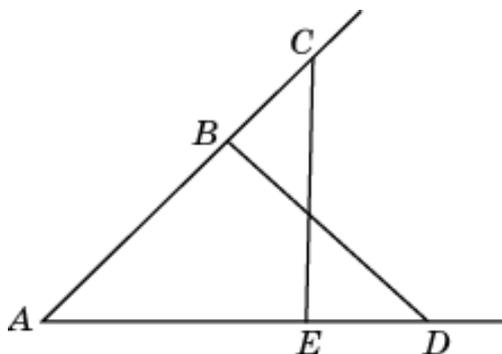
1. На рисунке  $AE=AD$ ,  $BE=CD$ . Докажите, что  $BD=CE$ .



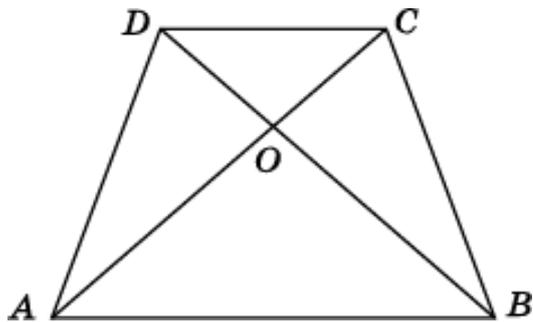
2. На сторонах угла  $AOB$  отложены равные отрезки  $OC$  и  $OD$ . Произвольная точка  $E$  биссектрисы этого угла соединена с точками  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $\angle OEC = \angle OED$ .



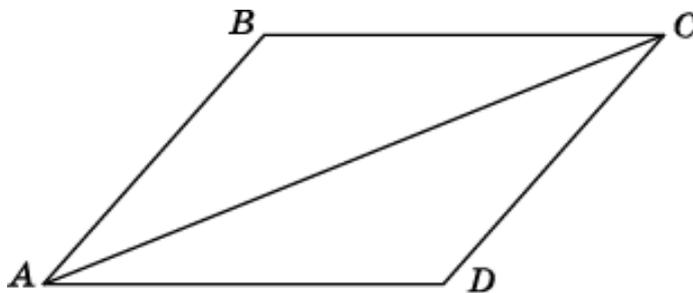
3. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle AEC$ .



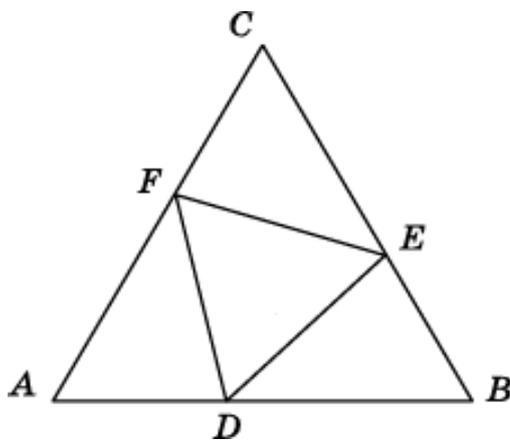
4. На рисунке  $OA = OB$  и  $OC = OD$ . Докажите, что  $AD = BC$ .



5. В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = DC$  и  $\angle BAC = \angle ACD$ . Докажите, что  $\angle B = \angle D$ .

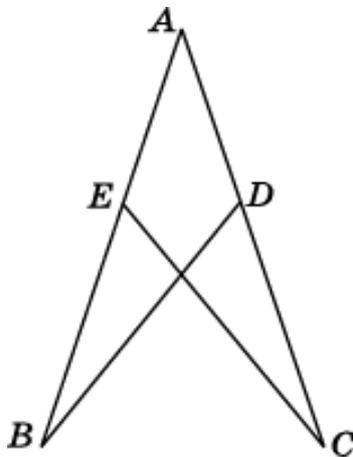


6. На каждой стороне правильного треугольника  $ABC$  последовательно отложены равные отрезки  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$ . Докажите, что стороны треугольника  $DEF$  равны.

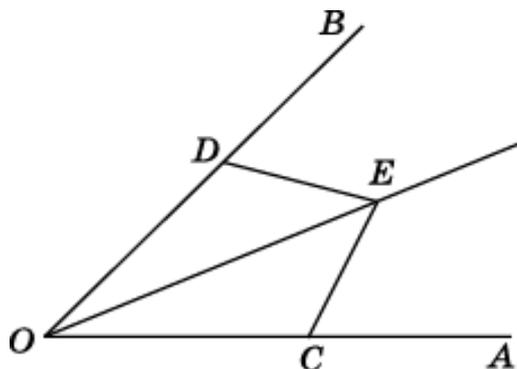


Самостоятельная работа 1  
Первый признак равенства треугольников  
Вариант 2

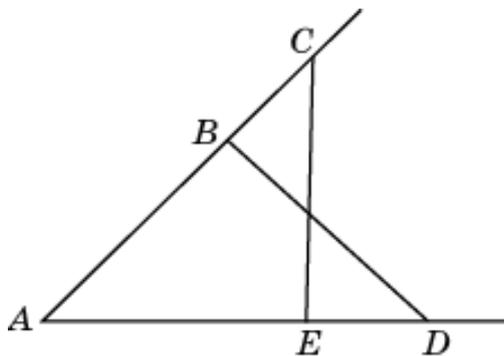
1. На рисунке  $AE=AD$ ,  $BE=CD$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle ACE$ .



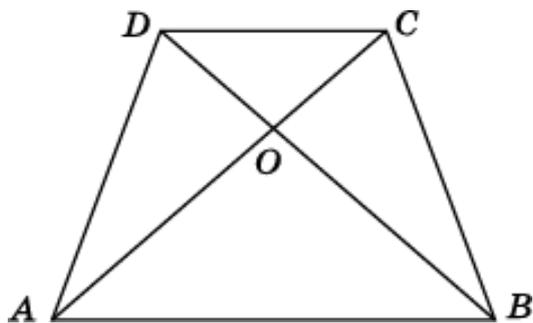
2. На сторонах угла  $AOB$  отложены равные отрезки  $OC$  и  $OD$ . Произвольная точка  $E$  биссектрисы этого угла соединена с точками  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $EC = ED$ .



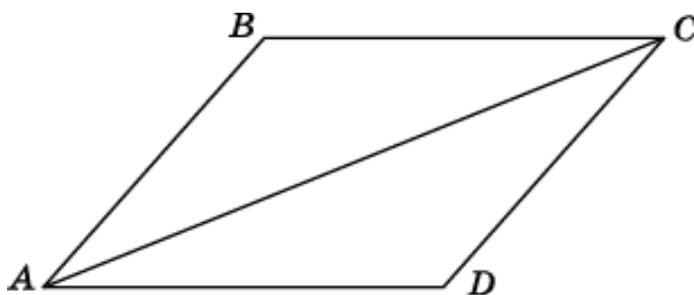
3. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $\angle ACE = \angle ADB$ .



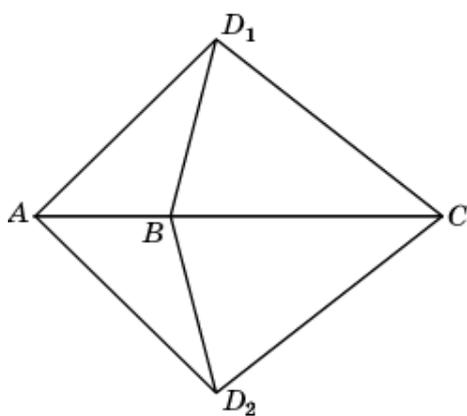
4. На рисунке  $AC = BD$  и  $\angle OCD = \angle ODC$ . Докажите, что  $AD = BC$ .



5. В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = DC$  и  $\angle BAC = \angle ACD$ . Докажите, что  $\angle ACB = \angle CAD$ .

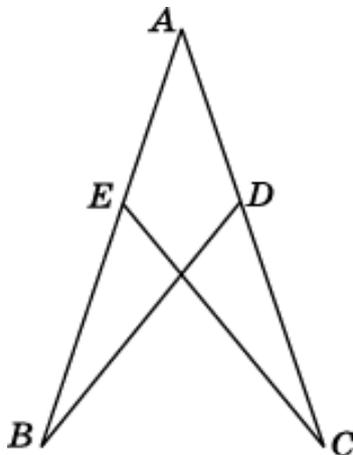


6. На рисунке треугольники  $ABD_1$  и  $ABD_2$  равны. Докажите, что треугольники  $B CD_1$  и  $B CD_2$  тоже равны.

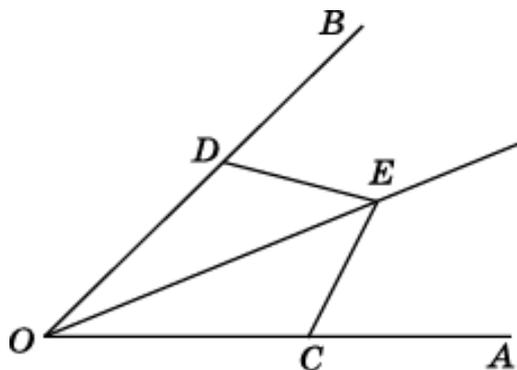


Самостоятельная работа 1  
Первый признак равенства треугольников  
Вариант 3

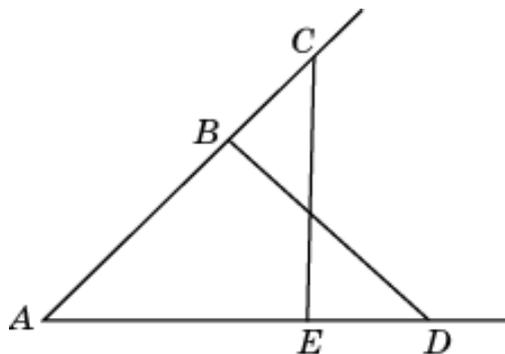
1. На рисунке  $AE=AD$ ,  $BE=CD$ . Докажите, что  $\angle ADB = \angle AEC$ .



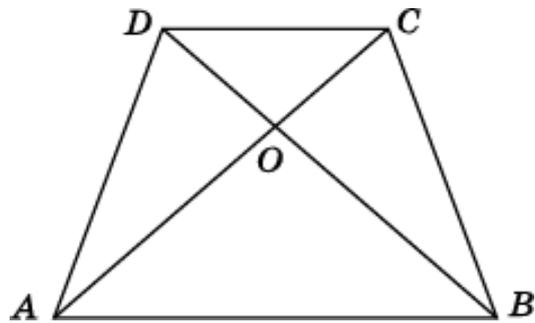
2. На сторонах угла  $AOB$  отложены равные отрезки  $OC$  и  $OD$ . Произвольная точка  $E$  биссектрисы этого угла соединена с точками  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $\angle OCE = \angle ODE$ .



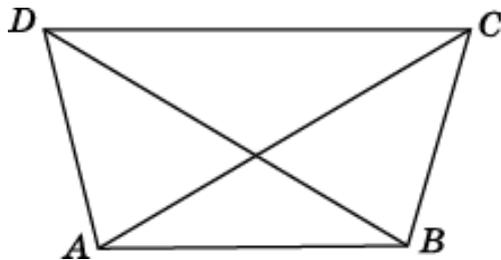
3. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $BD = EC$ .



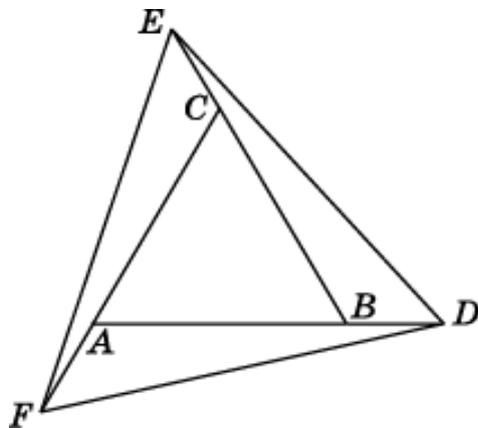
4. На рисунке  $AC = BD$  и  $\angle OAB = \angle OBA$ . Докажите, что  $\angle ABC = \angle BAD$ .



5. На рисунке  $\angle BAD = \angle ABC$ ,  $AD = BC$ . Докажите, что  $AC = BD$ .

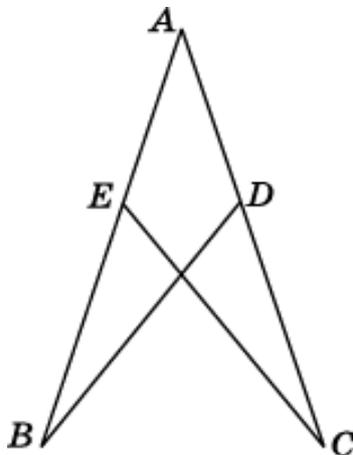


6. На продолжении каждой стороны правильного треугольника  $ABC$  последовательно отложены равные отрезки  $BD$ ,  $CE$ ,  $AF$ . Докажите, что стороны треугольника  $DEF$  равны.

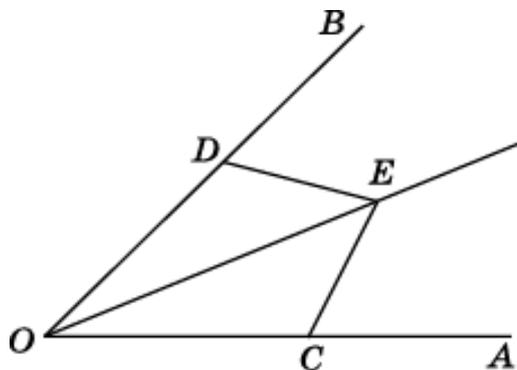


Самостоятельная работа 1  
Первый признак равенства треугольников  
Вариант 4

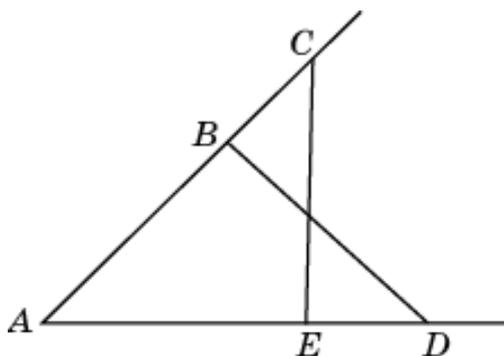
1. На рисунке  $AE=AD$ ,  $BE=CD$ . Докажите, что  $\angle BEC = \angle BDC$ .



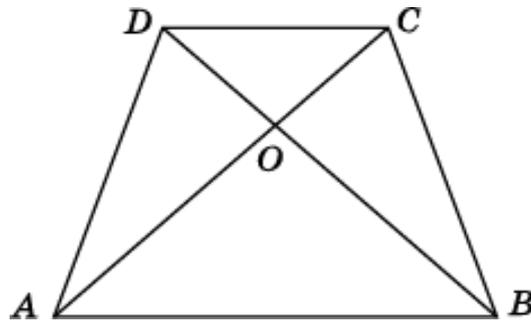
2. На сторонах угла  $AOB$  отложены равные отрезки  $OC$  и  $OD$ . Произвольная точка  $E$  биссектрисы этого угла соединена с точками  $C$  и  $D$ . Докажите, что  $\angle ACE = \angle BDE$ .



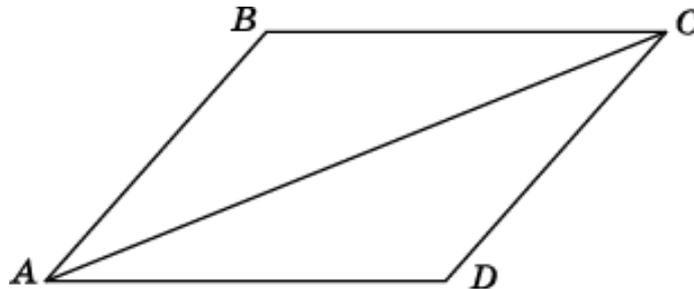
3. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $\angle CED = \angle DBC$ .



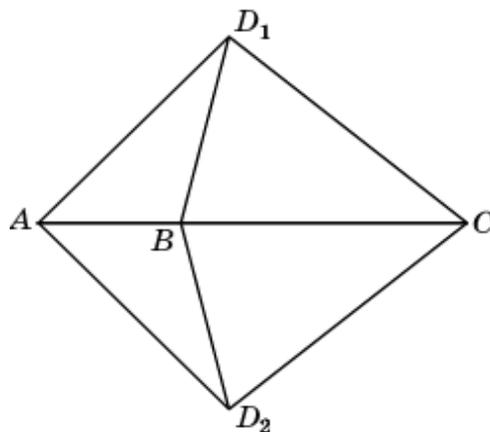
4. На рисунке  $AD = BC$  и  $\angle BAD = \angle ABC$ . Докажите, что  $AC = BD$ .



5. В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = DC$  и  $\angle BAC = \angle ACD$ . Докажите, что  $BC = AD$ .

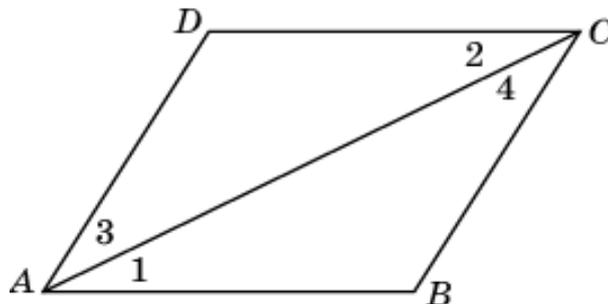


6. На рисунке треугольники  $ABD_1$  и  $ABD_2$  равны. Докажите, что треугольники  $ACD_1$  и  $ACD_2$  тоже равны.

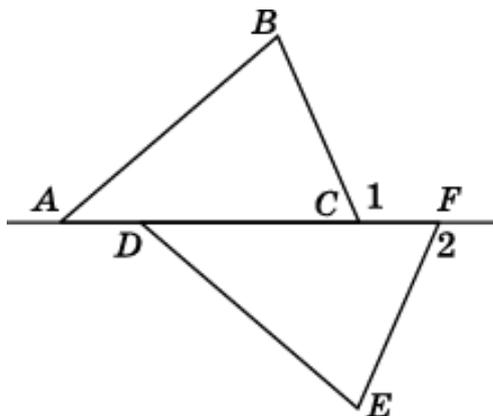


Самостоятельная работа 2  
Второй признак равенства треугольников  
Вариант 1

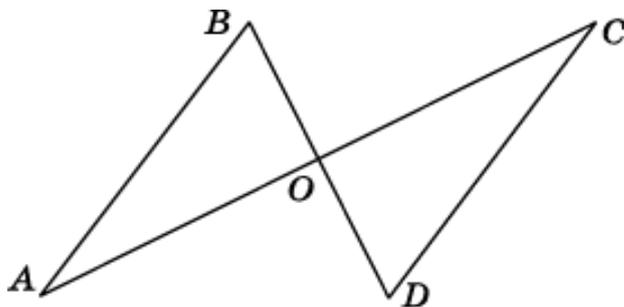
1. В четырехугольнике  $ABCD$   $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $AB = CD$ .



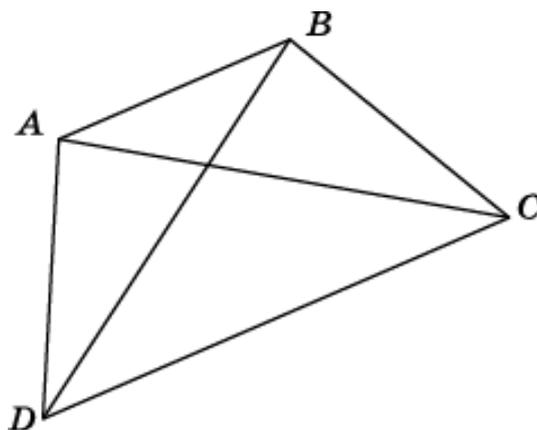
2. На рисунке дана фигура, у которой  $AD = CF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $AB = DE$ .



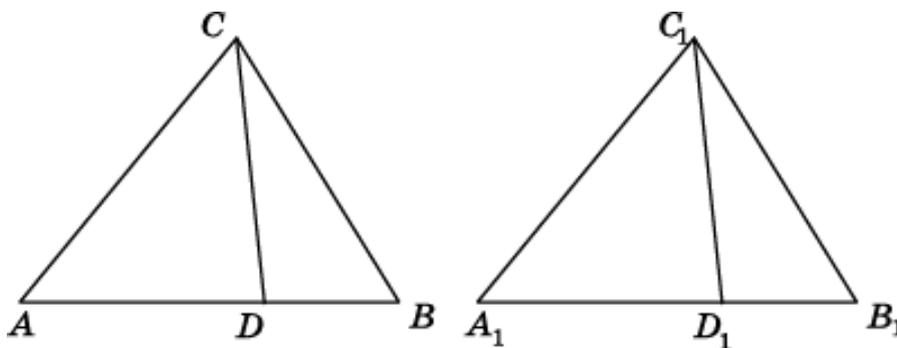
3. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AO = OC$  и  $\angle A = \angle C$ . Докажите, что  $OB = OD$ .



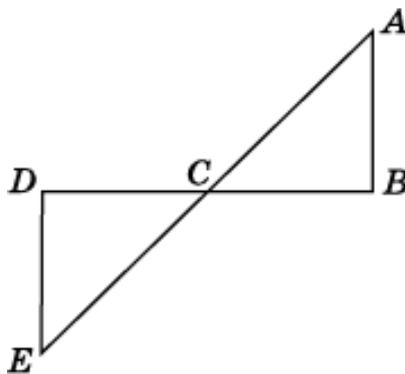
4. В четырехугольнике  $ABCD$   $\angle DAB = \angle CBA$  и диагонали  $AC$  и  $BD$  образуют со стороной  $AB$  равные углы. Докажите, что  $AC = BD$ .



5. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $AD = A_1D_1$ .

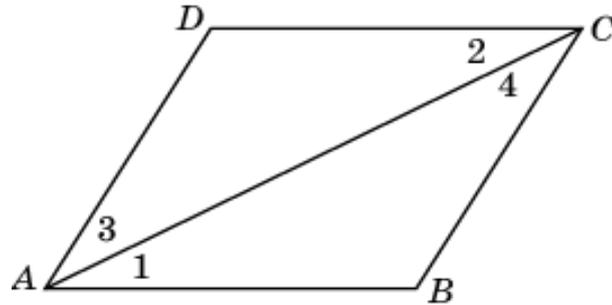


6. На рисунке  $BC = CD$ ,  $\angle B = \angle D$ . Докажите, что  $AC = CE$ .

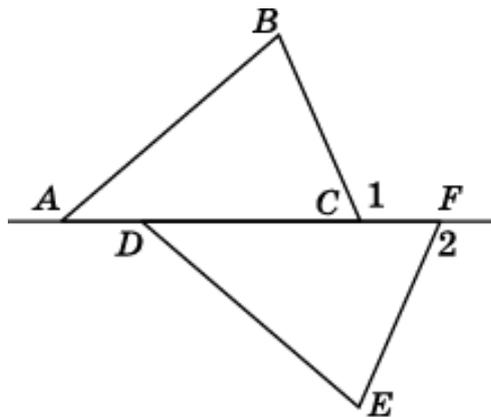


Самостоятельная работа 2  
Второй признак равенства треугольников  
Вариант 2

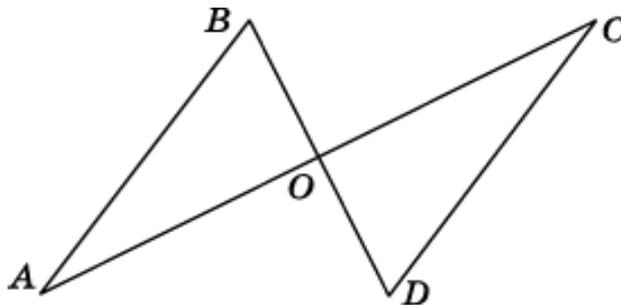
1. В четырехугольнике  $ABCD$   $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $AD = BC$ .



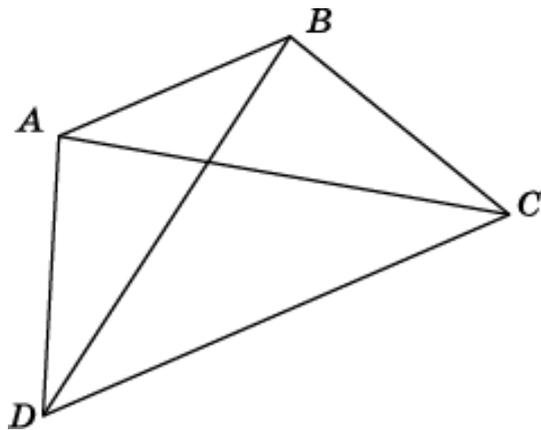
2. На рисунке дана фигура, у которой  $AD = CF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $BC = EF$ .



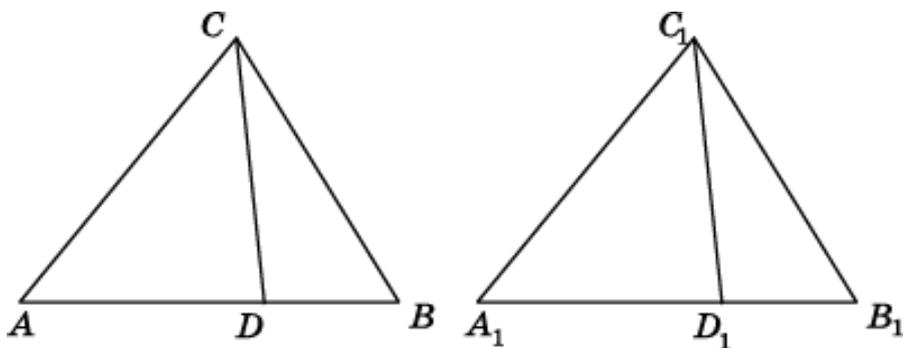
3. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AO = OC$  и  $\angle A = \angle C$ . Докажите, что  $AB = CD$ .



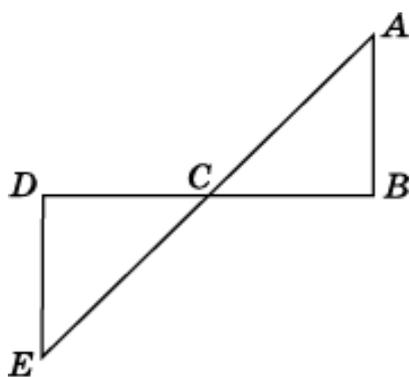
4. В четырехугольнике  $ABCD$   $\angle DAB = \angle CBA$  и диагонали  $AC$  и  $BD$  образуют со стороной  $AB$  равные углы. Докажите, что  $BC = AD$ .



5. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $CD = C_1D_1$ .

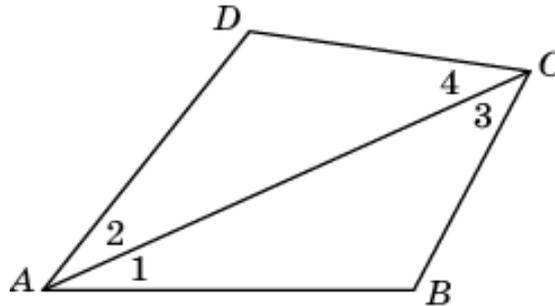


6. На рисунке  $BC = CD$ ,  $\angle B = \angle D$ . Докажите, что  $AB = ED$ .

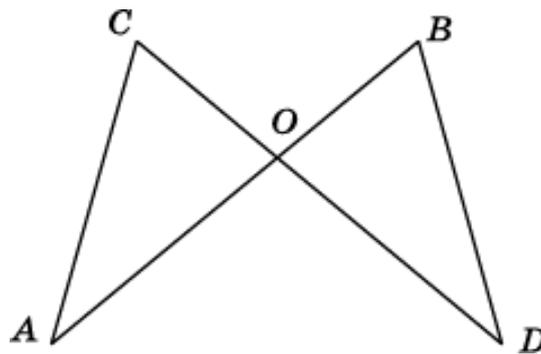


Самостоятельная работа 2  
Второй признак равенства треугольников  
Вариант 3

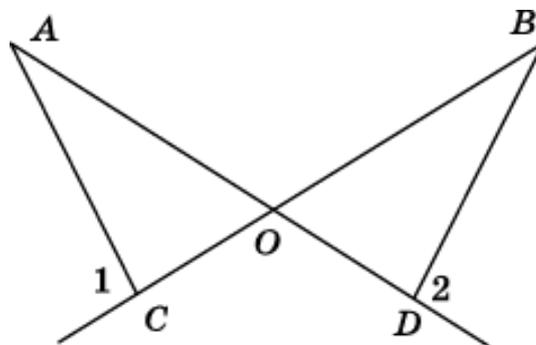
1. В четырехугольнике  $ABCD$   $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $AB = AD$ .



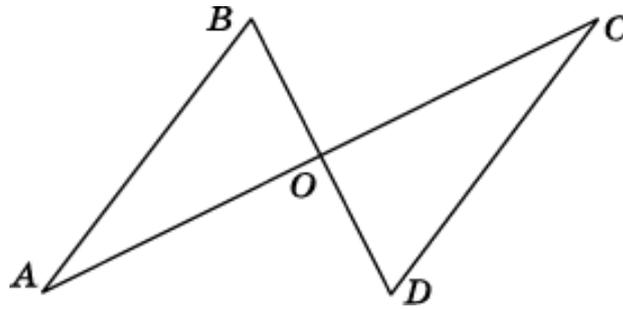
2. Отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $OB = OC$  и  $\angle B = \angle C$ . Докажите, что  $AO = DO$ .



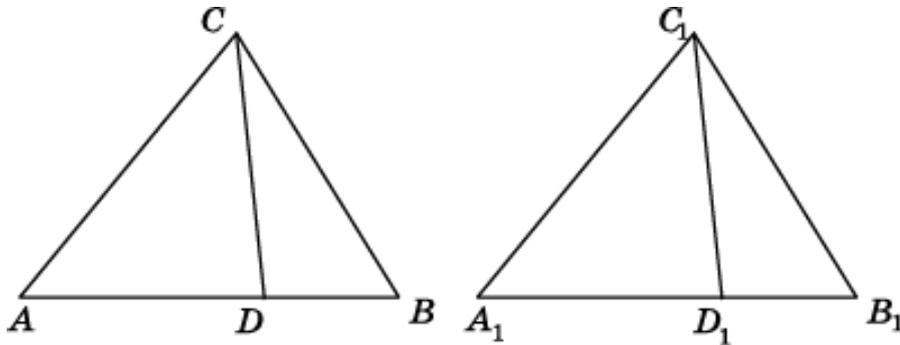
3. Лучи  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $O$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $OC = OD$ . Докажите, что  $OA = OB$ .



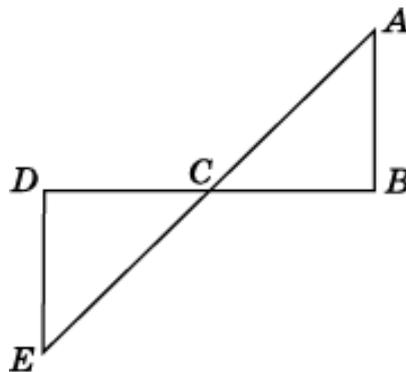
4. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AO = OC$  и  $\angle A = \angle C$ . Докажите, что  $OB = OD$ .



5. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $\angle CDB = \angle C_1D_1B_1$ .

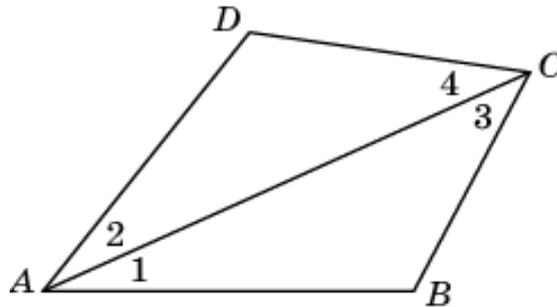


6. На рисунке  $AC = CE$ ,  $\angle A = \angle E$ . Докажите, что  $BC = CD$ .

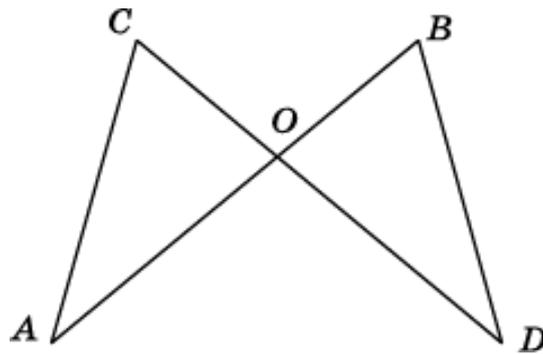


Самостоятельная работа 2  
Второй признак равенства треугольников  
Вариант 4

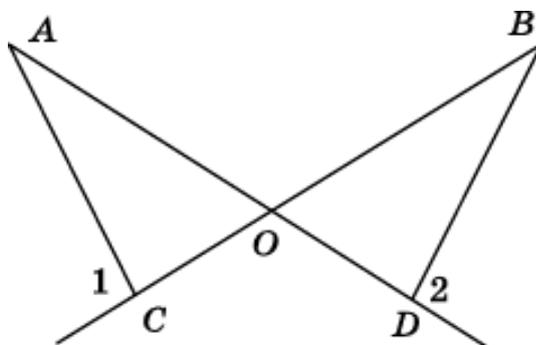
1. В четырехугольнике  $ABCD$   $\angle 1 = \angle 2$  и  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $BC = DC$ .



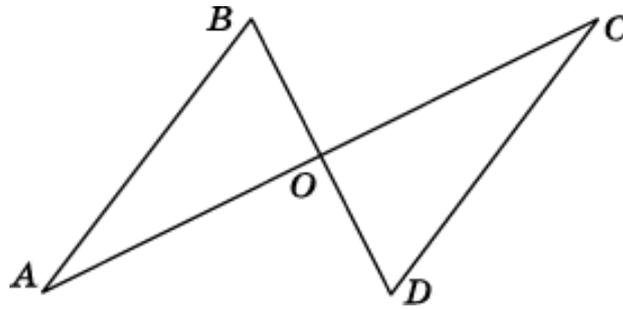
2. Отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $OB = OC$  и  $\angle B = \angle C$ . Докажите, что  $AC = BD$ .



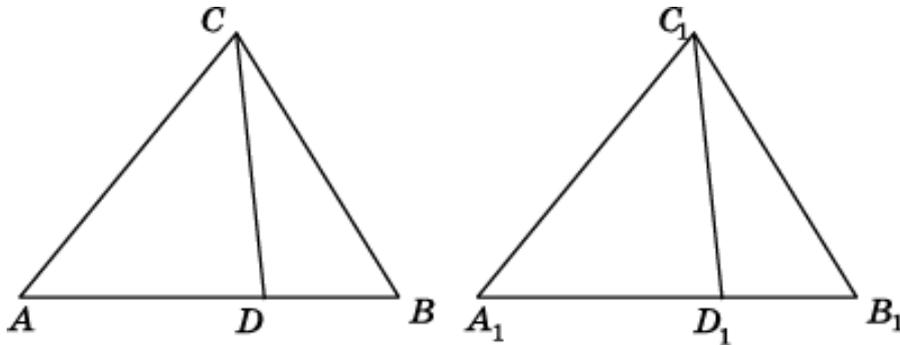
3. Лучи  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $O$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $OC = OD$ . Докажите, что  $AC = BD$ .



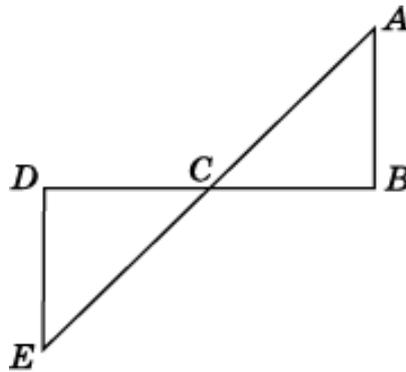
4. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $AO = OC$  и  $\angle A = \angle C$ . Докажите, что  $AB = CD$ .



5. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $\angle ADC = \angle A_1D_1C_1$ .

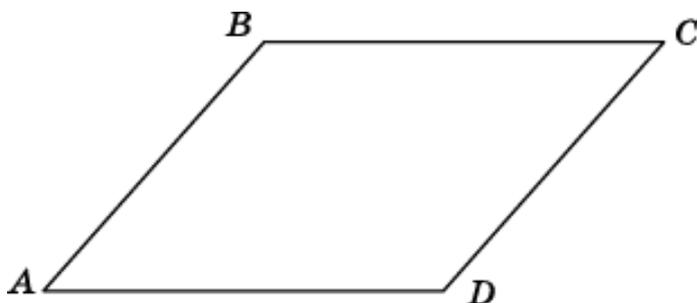


6. На рисунке  $AC = CE$ ,  $\angle A = \angle E$ . Докажите, что  $AB = DE$ .

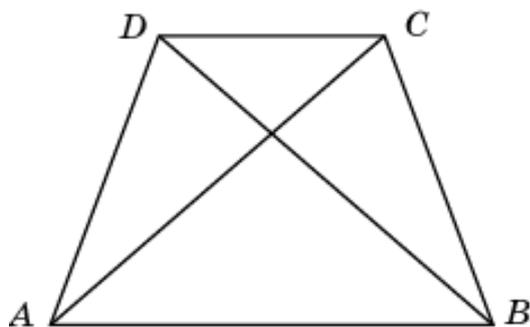


Самостоятельная работа 3  
Третий признак равенства треугольников  
Вариант 1

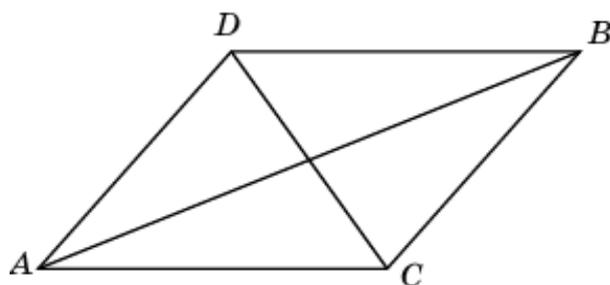
1. В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = CD$  и  $BC = AD$ . Докажите, что  $\angle A = \angle C$ .



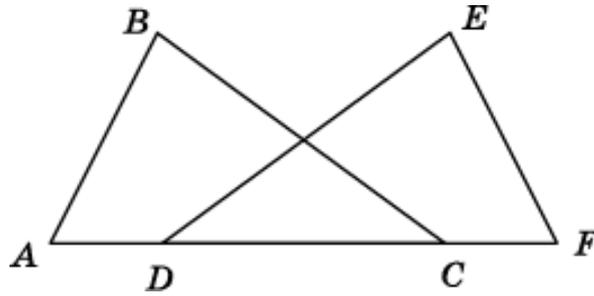
2. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle ABC = \angle BAD$ .



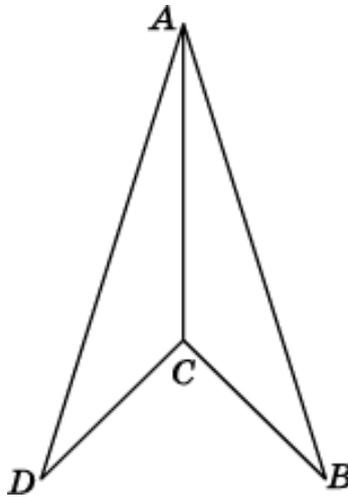
3. На рисунке  $AC = BD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что  $\angle ACD = \angle BDC$ .



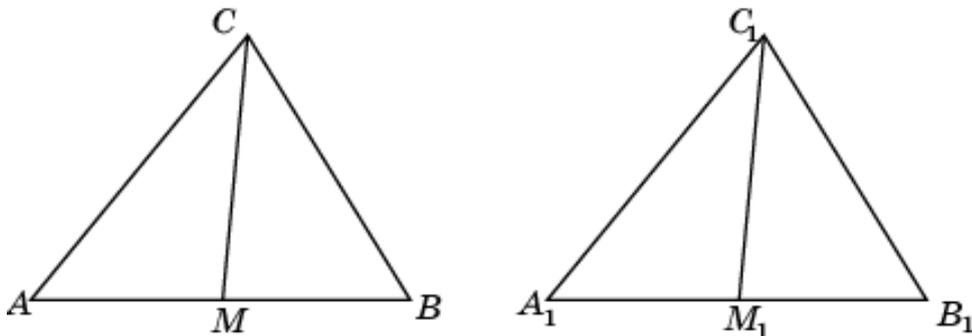
4. На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ . Докажите, что  $\angle ACB = \angle FDE$ .



5. На рисунке  $AB = AD$ ,  $CB = CD$ . Докажите, что  $\angle B = \angle D$ .

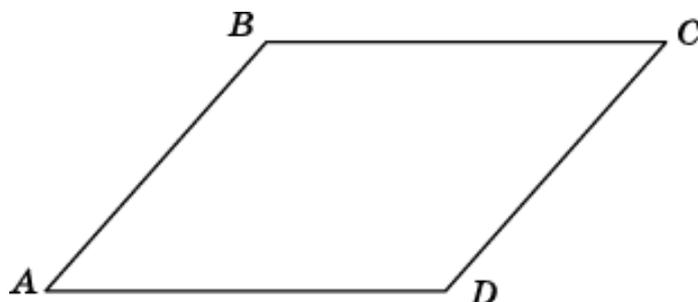


6. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$   $CM$  и  $C_1M_1$  – медианы,  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ . Докажите, что  $\angle A = \angle A_1$ .

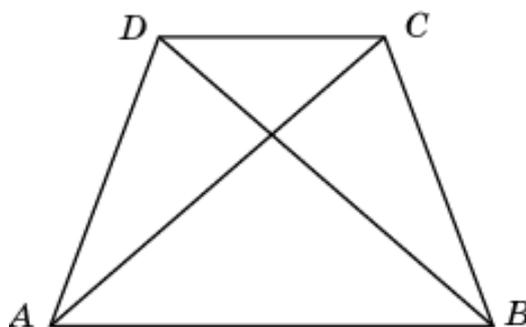


Самостоятельная работа 3  
Третий признак равенства треугольников  
Вариант 2

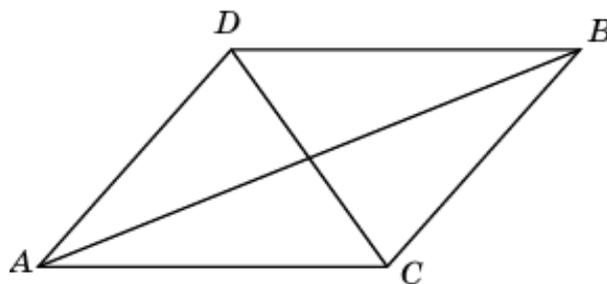
1. В четырехугольнике  $ABCD$   $AB = CD$  и  $BC = AD$ . Докажите, что  $\angle B = \angle D$ .



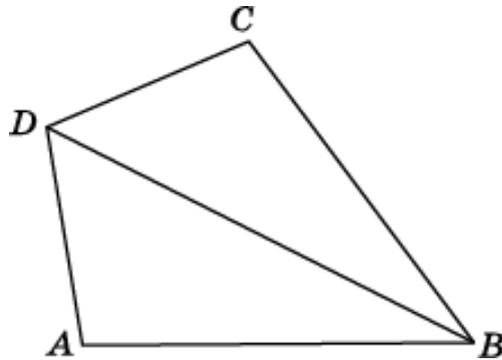
2. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle BAC$ .



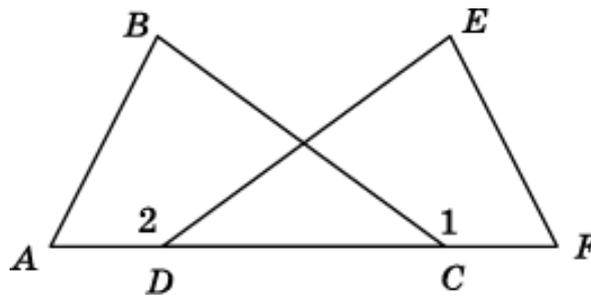
3. На рисунке  $AC = BD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что  $\angle ADC = \angle BCD$ .



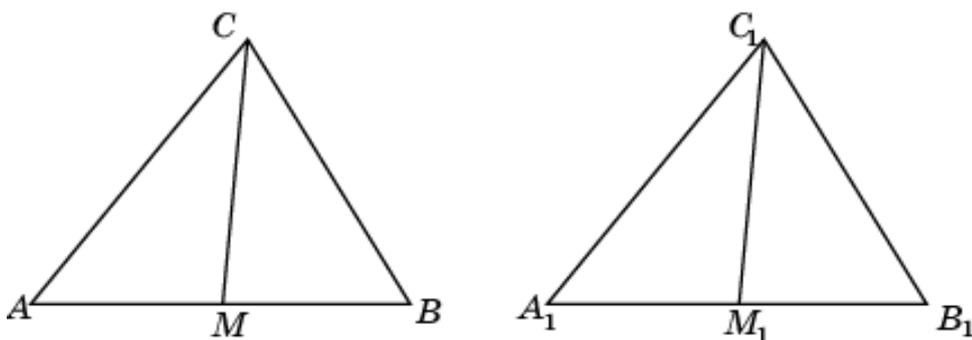
4. На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle CBD$ .



5. На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ . Докажите, что  $\angle 1 = \angle 2$ .

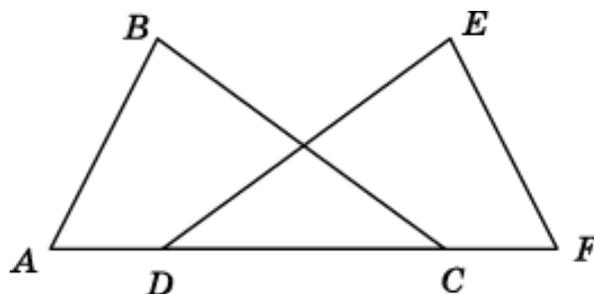


6. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$   $CM$  и  $C_1M_1$  – медианы,  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ . Докажите, что  $\angle AMC = \angle A_1M_1C_1$ .

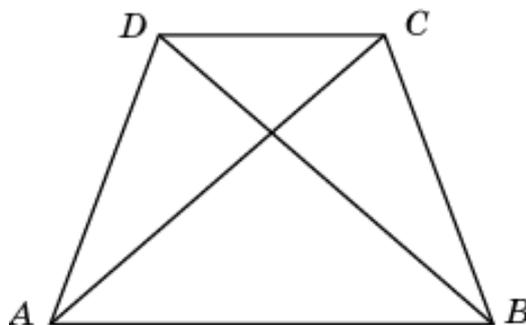


Самостоятельная работа 3  
Третий признак равенства треугольников  
Вариант 3

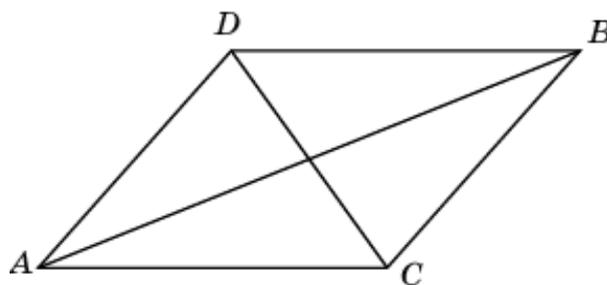
1. На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ . Докажите, что  $\angle A = \angle F$ .



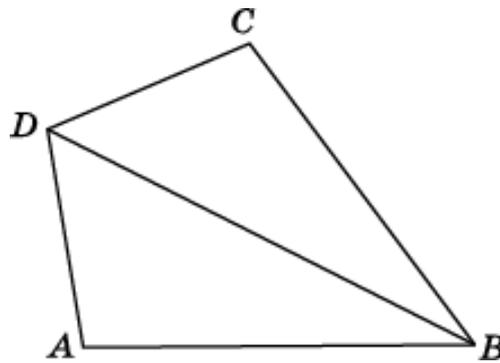
2. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle DAC = \angle CBD$ .



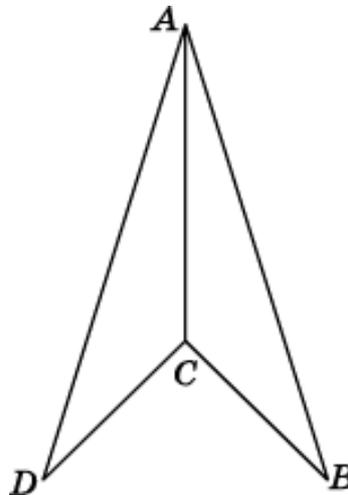
3. На рисунке  $AC = BD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что  $\angle ABC = \angle BAD$ .



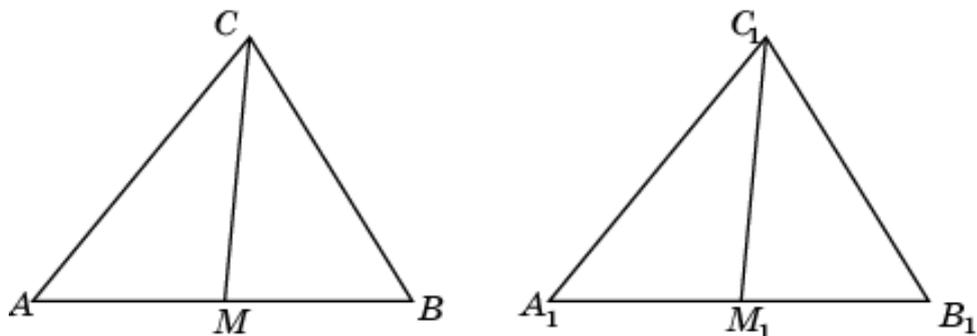
4. На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что  $\angle ADB = \angle CDB$ .



5. На рисунке  $AB = AD$ ,  $CB = CD$ . Докажите, что  $\angle BCA = \angle DCA$ .

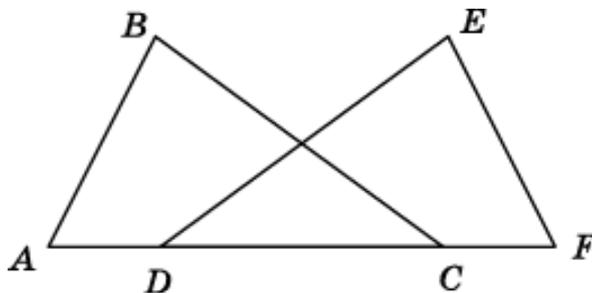


6. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$   $CM$  и  $C_1M_1$  – медианы,  $AB = A_1B_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ . Докажите, что  $\angle ACM = \angle A_1C_1M_1$ .

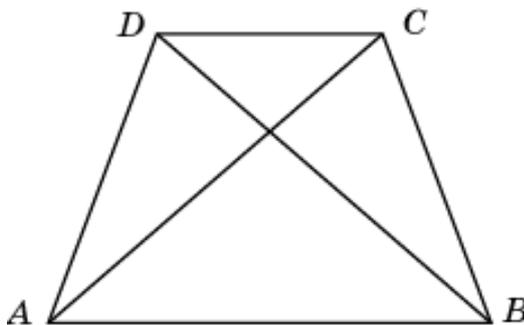


Самостоятельная работа 3  
Третий признак равенства треугольников  
Вариант 4

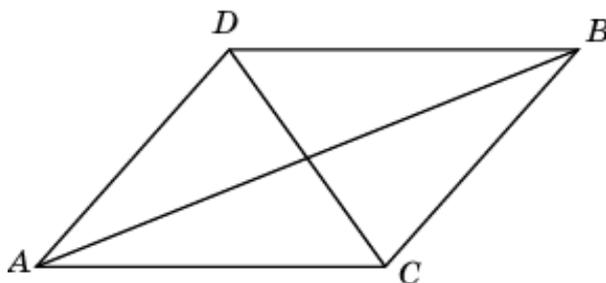
1. На рисунке  $AD = CF$ ,  $AB = FE$ ,  $BC = ED$ . Докажите, что  $\angle B = \angle E$ .



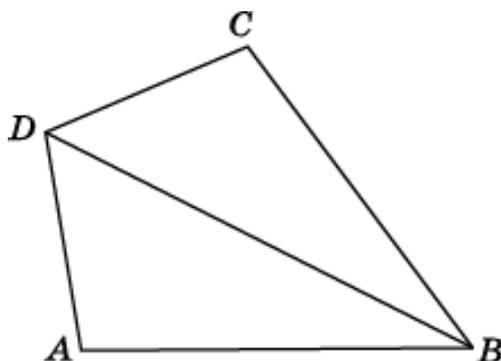
2. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle ADC = \angle BCD$ .



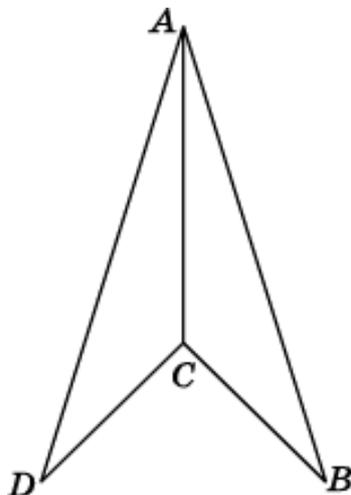
3. На рисунке  $AC = BD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что  $\angle BAC = \angle ABD$ .



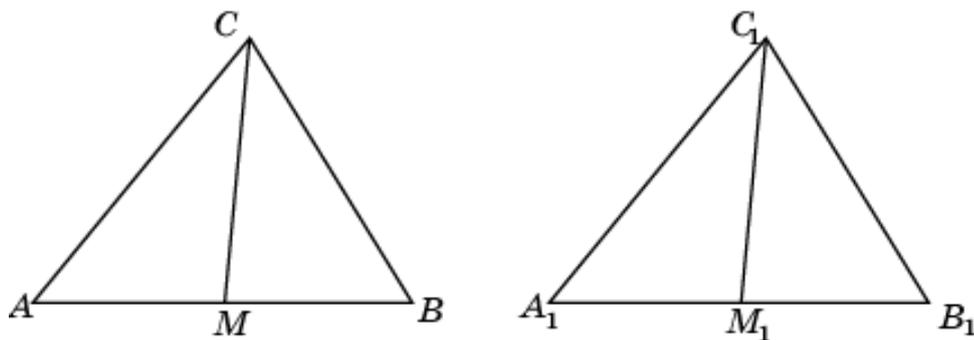
4. На рисунке  $AB = BC$ ,  $AD = CD$ . Докажите, что  $\angle A = \angle C$ .



5. На рисунке  $AB = AD$ ,  $CB = CD$ . Докажите, что  $\angle BAC = \angle DAC$ .

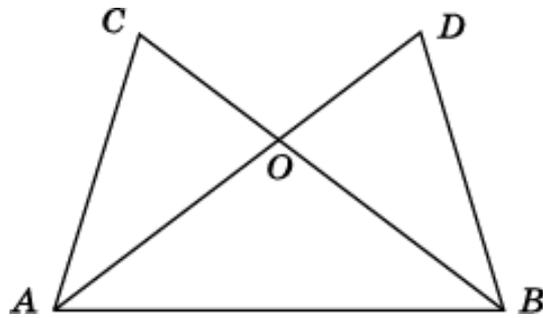


6. В треугольниках  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$   $CM$  и  $C_1M_1$  – медианы,  $AB = A_1B_1$ ,  $BC = B_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ . Докажите, что  $\angle BCM = \angle B_1C_1M_1$ .

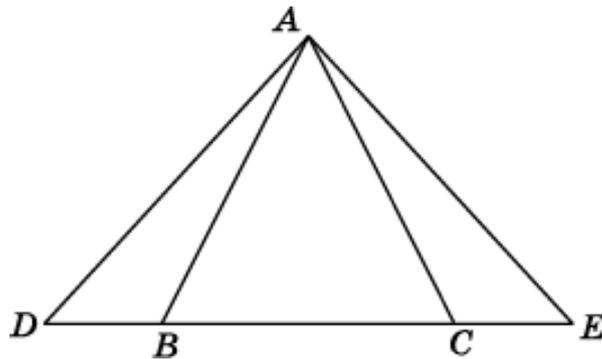


Самостоятельная работа 4  
Равнобедренные треугольники  
Вариант 1

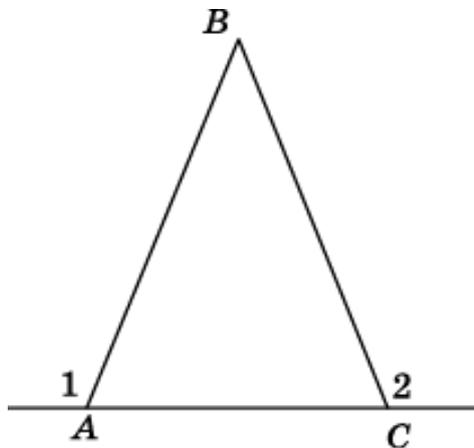
1. На рисунке  $\angle DBC = \angle DAC$ ,  $BO = AO$ . Докажите, что  $\angle CAB = \angle DBA$ .



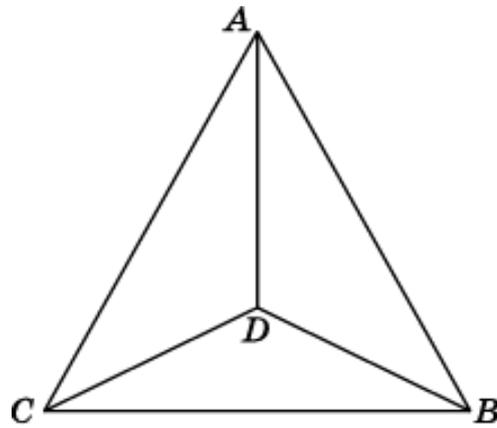
2. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $BD = CE$ .



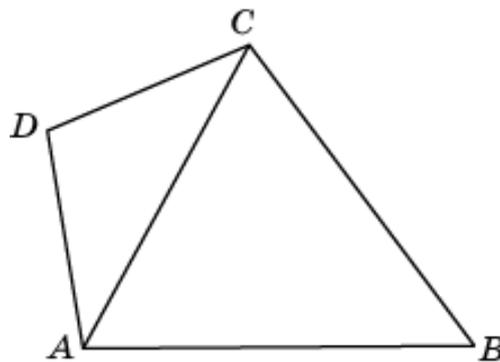
3. На рисунке  $AB = BC$ . Докажите, что  $\angle 1 = \angle 2$ .



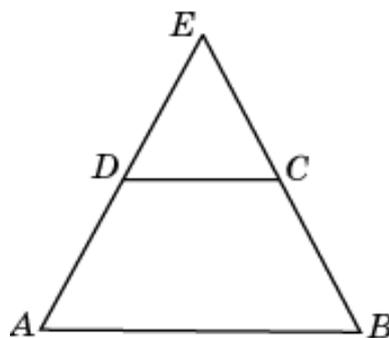
4. На рисунке  $CD = BD$ ,  $\angle ACD = \angle ABD$ . Докажите, что  $\angle ACB = \angle ABC$ .



5. На рисунке  $AB = BC$ ,  $\angle BCD = \angle BAD$ . Докажите, что  $AD = CD$ .

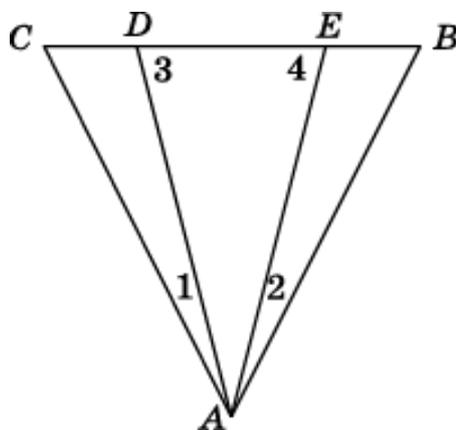


6. На рисунке  $AD = BC$ ,  $\angle A = \angle B$ . Докажите, что  $DE = CE$ .

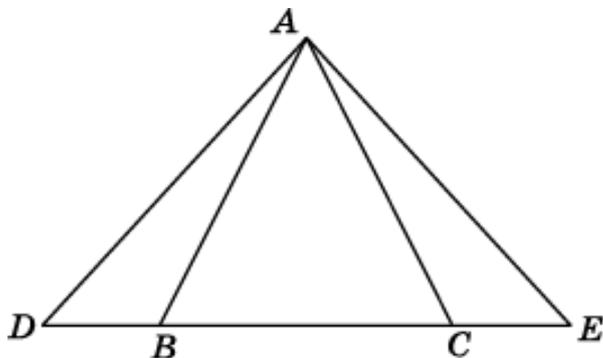


Самостоятельная работа 4  
Равнобедренные треугольники  
Вариант 2

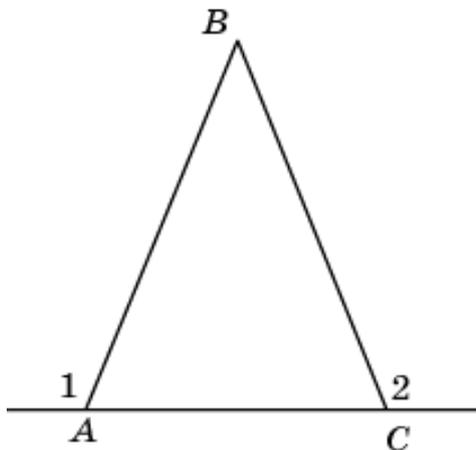
1. На рисунке в треугольнике  $ABC$   $AB = AC$  и  $\angle 1 = \angle 2$ .  
Докажите, что  $\angle 3 = \angle 4$ .



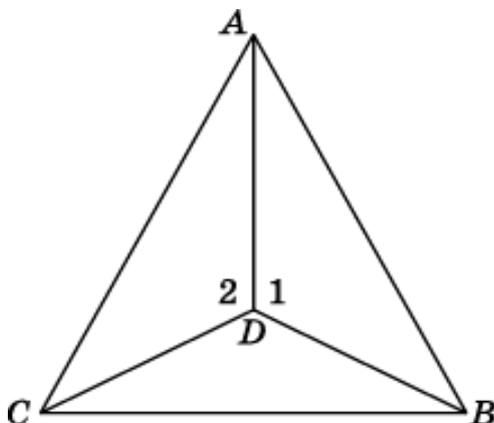
2. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $AB = AC$ .



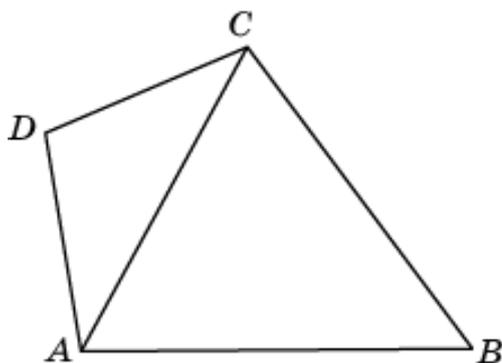
3. На рисунке  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $AB = BC$ .



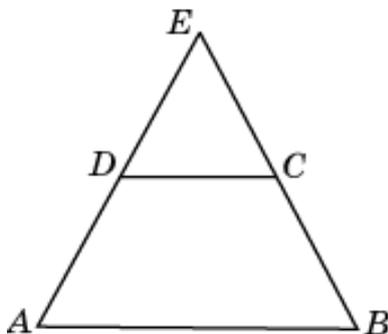
4. На рисунке  $CD = BD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  – равнобедренный.



5. На рисунке  $AD = CD$ ,  $\angle BCD = \angle BAD$ . Докажите, что  $AB = BC$ .

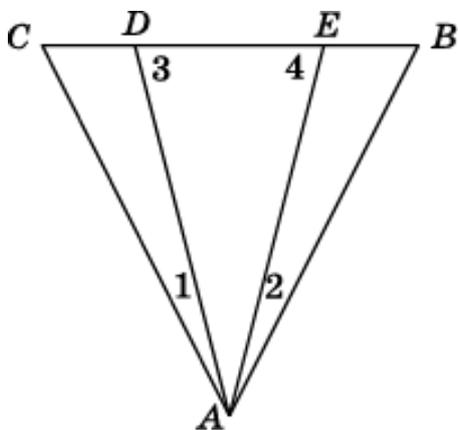


6. На рисунке  $AD = BC$ ,  $\angle CDE = \angle DCE$ . Докажите, что  $\angle A = \angle B$ .

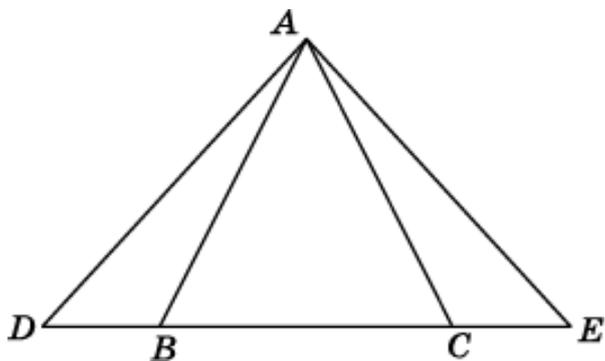


Самостоятельная работа 4  
Равнобедренные треугольники  
Вариант 3

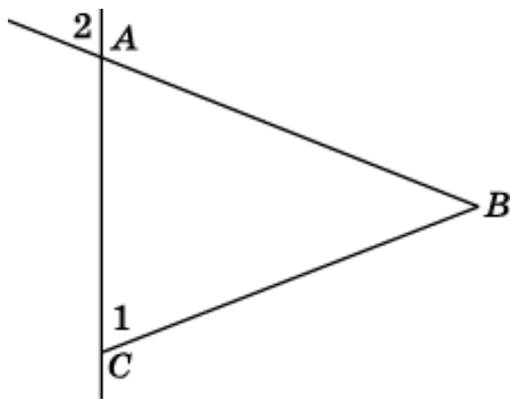
1. На рисунке  $ABC$   $AB = AC$  и  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $\angle 1 = \angle 2$ .



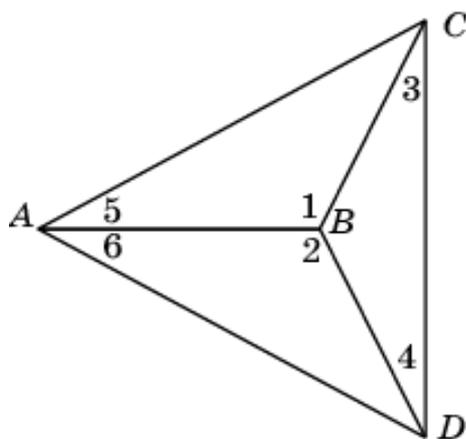
2. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $\angle ABC = \angle ACB$ .



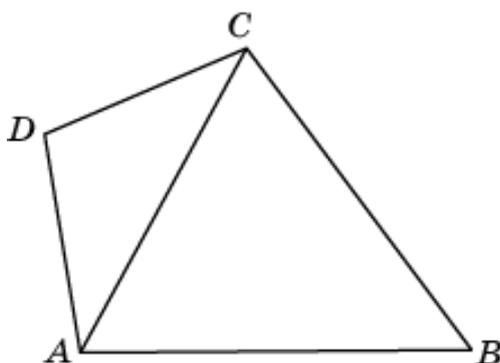
3. На рисунке  $AB = BC$ . Докажите, что  $\angle 1 = \angle 2$ .



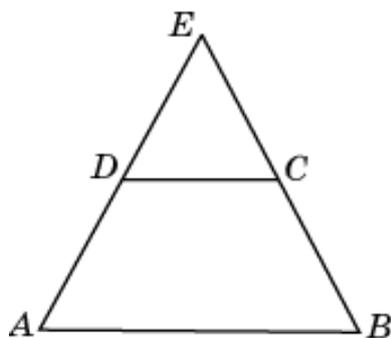
4. На рисунке  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 5 = \angle 6$ . Докажите, что  $\angle 3 = \angle 4$ .



5. На рисунке  $AD = CD$ ,  $AB = BC$ . Докажите, что  $\angle BCD = \angle BAD$ .

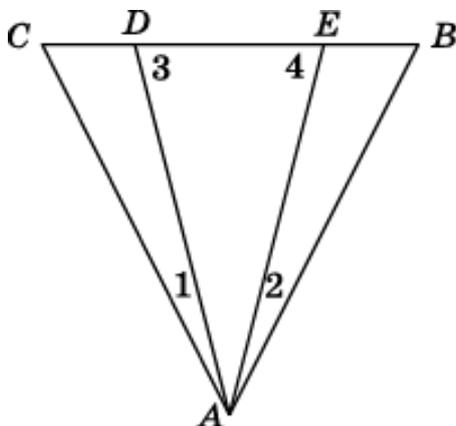


6. На рисунке  $\angle EAB = \angle EBA$ ,  $\angle EDC = \angle ECD$ . Докажите, что  $AD = BC$ .

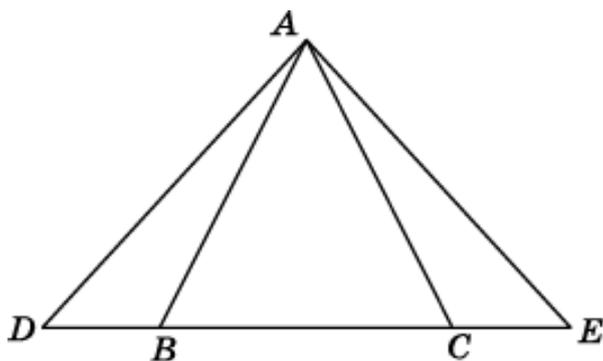


Самостоятельная работа 4  
Равнобедренные треугольники  
Вариант 4

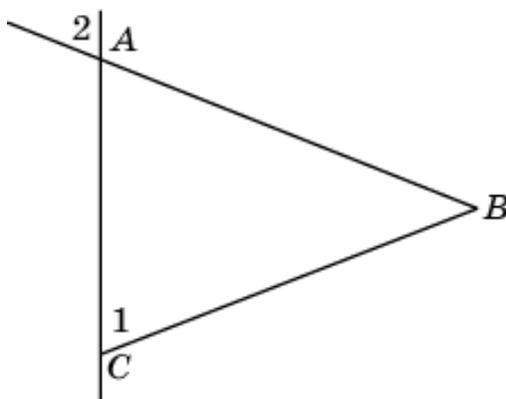
1. На рисунке  $ABC$   $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $AC = BC$ .



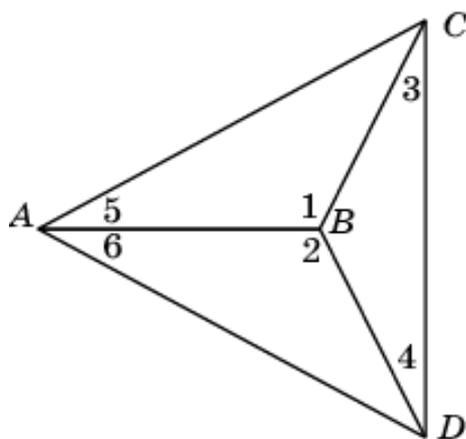
2. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle ACE$ .



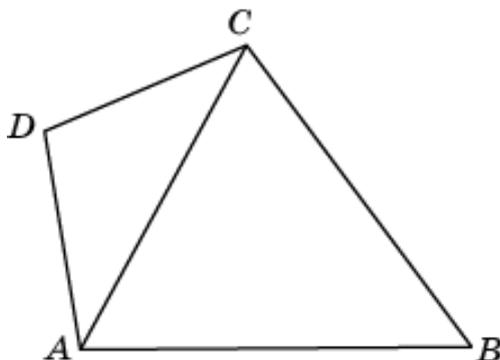
3. На рисунке  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $AB = BC$ .



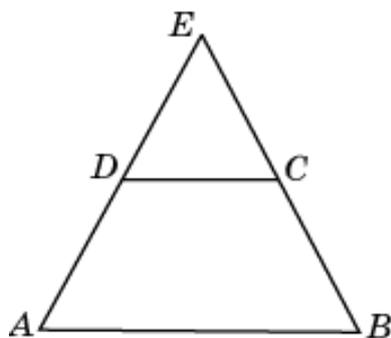
4. На рисунке  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ . Докажите, что  $\angle 5 = \angle 6$ .



5. На рисунке  $AD = CD$ ,  $\angle ACB = \angle BAC$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle BCD$ .

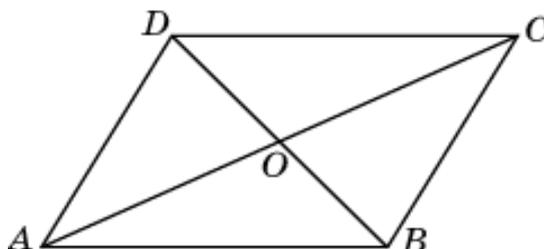


6. На рисунке  $AD = BC$ ,  $\angle A = \angle B$ . Докажите, что  $\angle CDE = \angle DCE$ .



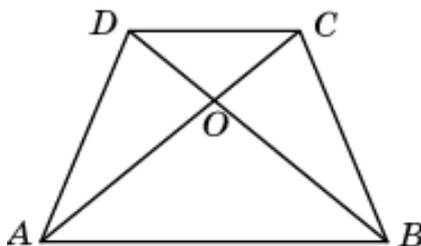
Самостоятельная работа 5  
Признаки равенства треугольников  
Вариант 1

1. На рисунке  $AO = OC$  и  $BO = OD$ . Докажите, что  $AB = CD$ , заполнив пропуски в тексте.



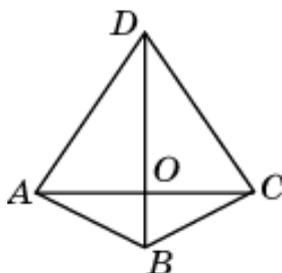
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AB = CD$ .

2. На рисунке  $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle ADC = \angle BCD$ , заполнив пропуски в тексте.



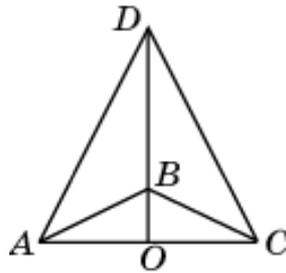
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle ADC = \angle BCD$ .

3. На рисунке  $\angle ADB = \angle CDB$ , прямые  $AC$  и  $BD$  перпендикулярны. Докажите, что  $AO = CO$ , заполнив пропуски в тексте.



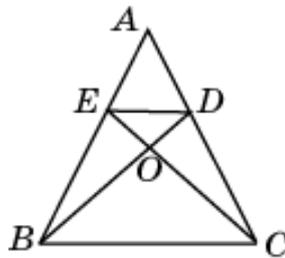
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны и, значит,  $AO = CO$ .

4. На рисунке  $AB = CB$  и  $\angle ABD = \angle CBD$ . Докажите, что  $\angle ADB = \angle CDB$ , заполнив пропуски в тексте.



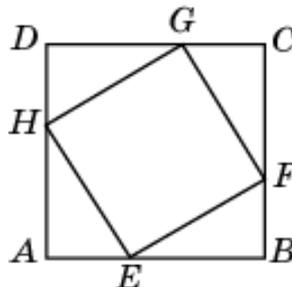
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle ADB = \angle CDB$ .

5. На рисунке  $AB = AC$ ,  $AE = AD$ . Докажите, что  $BD = CE$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $BD = CE$ .

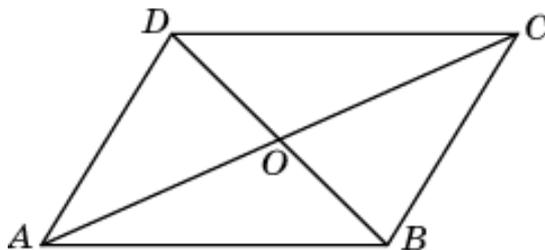
6. На каждой стороне квадрата  $ABCD$  последовательно отложены равные отрезки  $AE$ ,  $BF$ ,  $CG$ ,  $DH$ . Докажите, что  $\angle BFE = \angle CGF$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle BFE = \angle CGF$ .

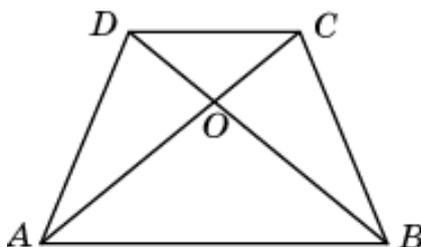
Самостоятельная работа 5  
Признаки равенства треугольников  
Вариант 2

1. На рисунке  $AB = CD$  и  $\angle BAC = \angle DCA$ . Докажите, что  $\angle DAC = \angle BCA$ , заполнив пропуски в тексте.



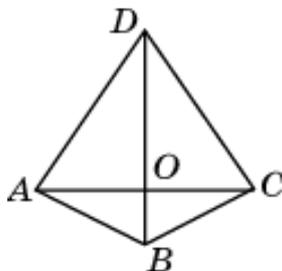
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle DAC = \angle BCA$ .

2. На рисунке  $AO = BO$  и  $CO = DO$ . Докажите, что  $AD = BC$ , заполнив пропуски в тексте.



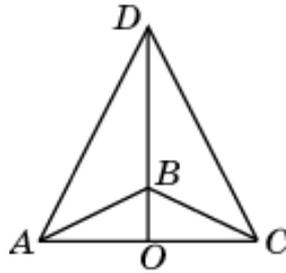
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AD = BC$ .

3. На рисунке  $AB = CB$  и  $AD = CD$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle BCD$ , заполнив пропуски в тексте.



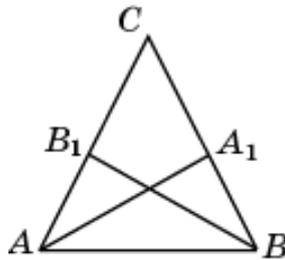
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle BAD = \angle BCD$ .

4. На рисунке  $AD = CD$  и  $\angle ADB = \angle CDB$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle CBD$ , заполнив пропуски в тексте.



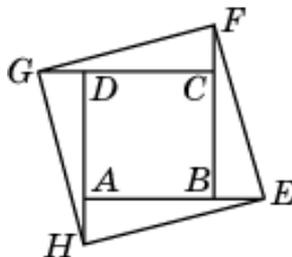
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle ABD = \angle CBD$ .

5. На рисунке  $ABC$  – равнобедренный треугольник ( $AC = BC$ ). Докажите, что равны его биссектрисы  $AA_1$  и  $BB_1$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AA_1 = BB_1$ .

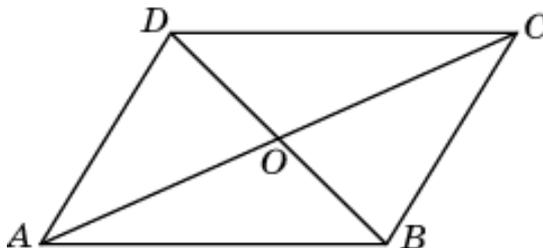
6. На продолжении каждой стороны квадрата  $ABCD$  последовательно отложены равные отрезки  $BE$ ,  $CF$ ,  $DG$ ,  $AH$ . Докажите, что  $EF = FG$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $EF = FG$ .

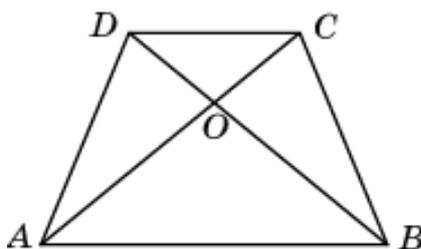
Самостоятельная работа 5  
Признаки равенства треугольников  
Вариант 3

1. На рисунке  $AB = CD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что  $\angle CAD = \angle ACB$ , заполнив пропуски в тексте.



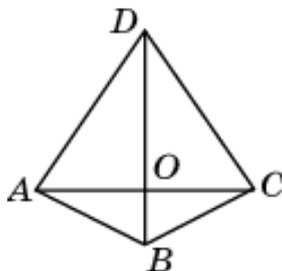
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle CAD = \angle ACB$ .

2. На рисунке  $\angle BAC = \angle ABD$  и  $\angle BAD = \angle ABC$ . Докажите, что  $AD = BC$ , заполнив пропуски в тексте.



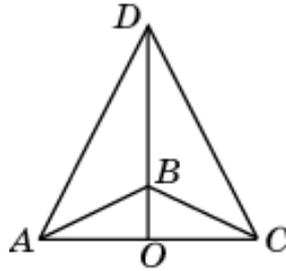
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AD = BC$ .

3. На рисунке  $\angle ABD = \angle CBD$  и  $\angle ADB = \angle CDB$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle BCD$ , заполнив пропуски в тексте.



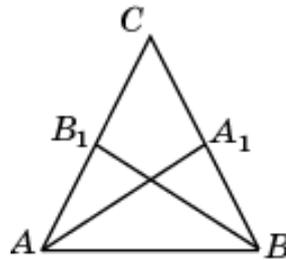
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle BAD = \angle BCD$ .

4. На рисунке  $AB = CB$  и  $AD = CD$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle BCD$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle BAD = \angle BCD$ .

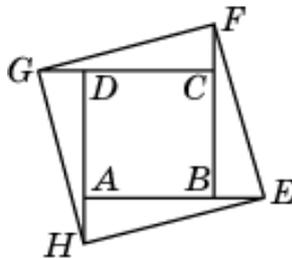
5. На рисунке  $ABC$  – равнобедренный треугольник ( $AC = BC$ ). Докажите, что равны его медианы  $AA_1$  и  $BB_1$ , заполнив пропуски в



тексте.

Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AA_1 = BB_1$ .

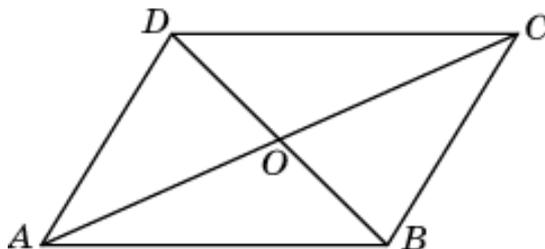
6. На продолжении каждой стороны квадрата  $ABCD$  последовательно отложены равные отрезки  $BE$ ,  $CF$ ,  $DG$ ,  $AH$ . Докажите, что  $\angle AEH = \angle BFE$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle AEH = \angle BFE$ .

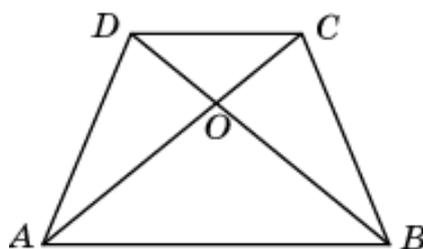
Самостоятельная работа 5  
Признаки равенства треугольников  
Вариант 4

1. На рисунке  $AB = CD$  и  $AD = BC$ . Докажите, что  $\angle BAC = \angle DCA$ , заполнив пропуски в тексте.



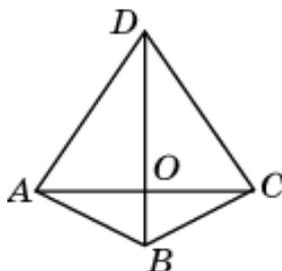
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle BAC = \angle DCA$ .

2. На рисунке  $AO = BO$  и  $\angle CAD = \angle DBC$ . Докажите, что  $AD = BC$ , заполнив пропуски в тексте.



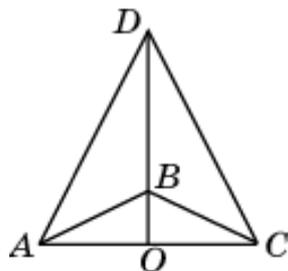
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AD = BC$ .

3. На рисунке  $AD = CD$  и  $\angle ADB = \angle CDB$ . Докажите, что  $AB = BC$ , заполнив пропуски в тексте.



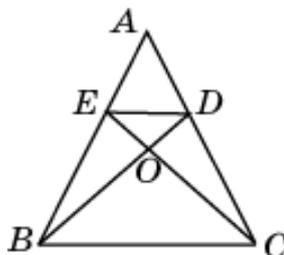
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AB = BC$ .

4. На рисунке  $\angle ADB = \angle CDB$  и прямая  $AC$  перпендикулярна прямой  $BD$ . Докажите, что  $AO = CO$ , заполнив пропуски в тексте.



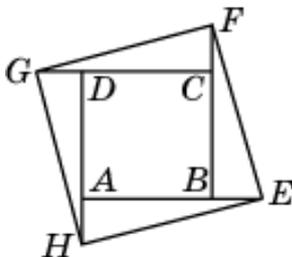
Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие стороны, значит,  $AO = CO$ .

5. На рисунке  $AB = AC$ ,  $AE = AD$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle ACE$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle ABD = \angle ACE$ .

6. На продолжении каждой стороны квадрата  $ABCD$  последовательно отложены равные отрезки  $BE$ ,  $CF$ ,  $DG$ ,  $AH$ . Докажите, что  $\angle BEF = \angle CFG$ , заполнив пропуски в тексте.

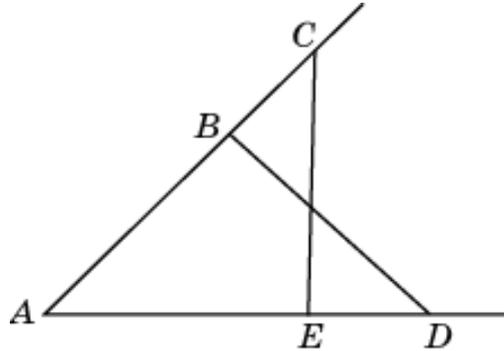


Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ – му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их соответствующие углы, значит,  $\angle BEF = \angle CFG$ .

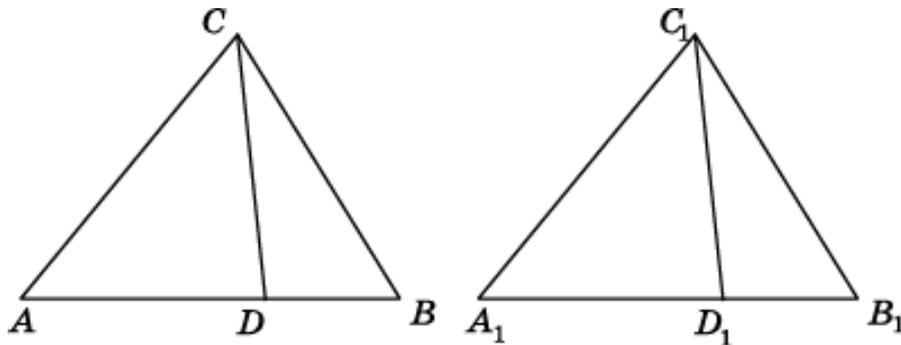
## Контрольная работа

### Вариант 1

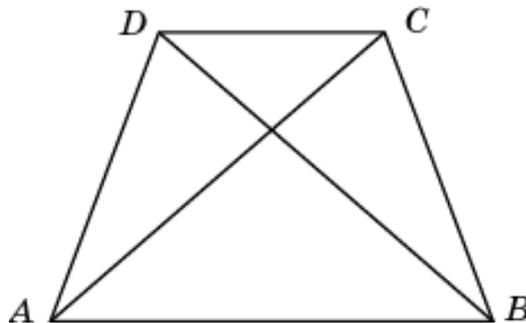
1. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $\angle ACE = \angle ADB$ .



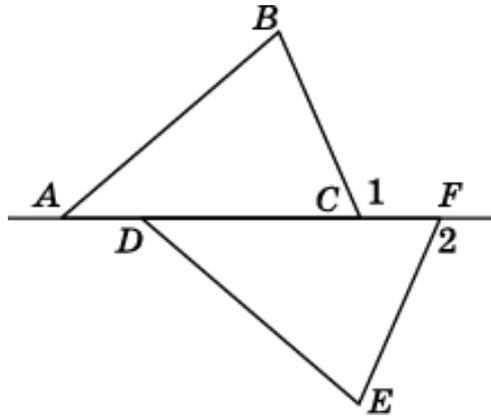
2. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $\angle CDB = \angle C_1D_1B_1$ .



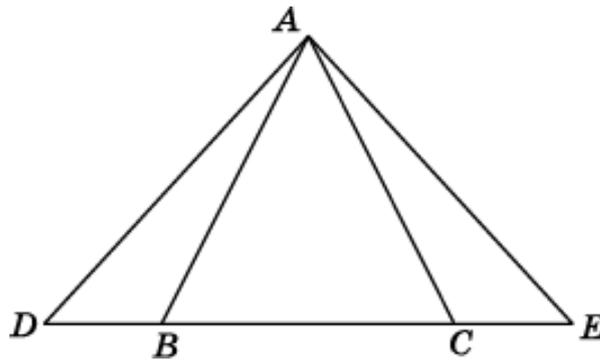
3. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle BAC = \angle ABD$ .



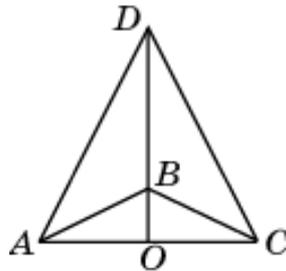
4. На рисунке дана фигура, у которой  $AD = CF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $BC = EF$ .



5. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $AB = AC$ .



6. На рисунке  $AB = CB$  и  $AD = CD$ . Докажите, что  $\angle ADB = \angle CDB$ , заполнив пропуски в тексте.

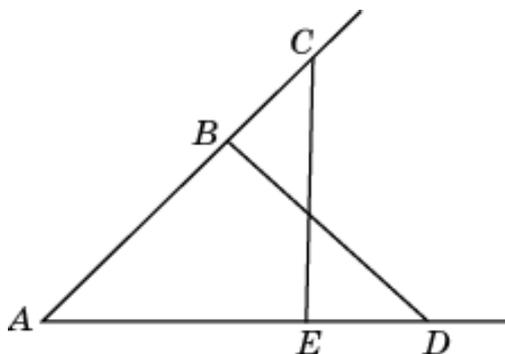


Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ –  
му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их  
соответствующие углы, значит,  $\angle ADB = \angle CDB$ .

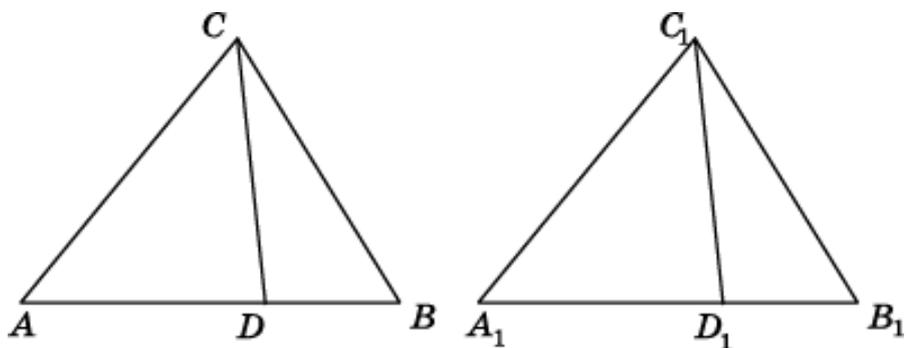
## Контрольная работа

### Вариант 2

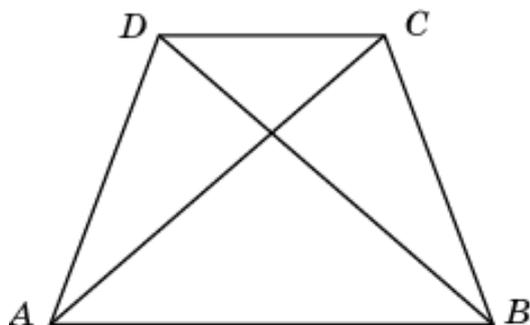
1. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle AEC$ .



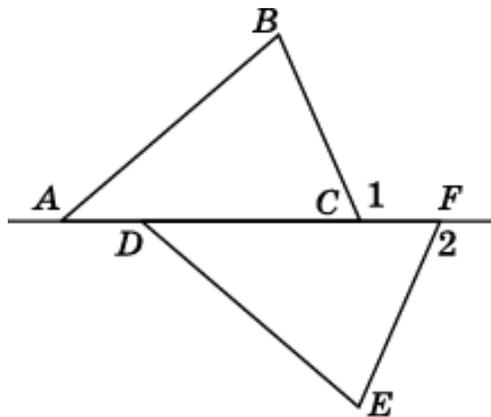
2. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $\angle ADC = \angle A_1D_1C_1$ .



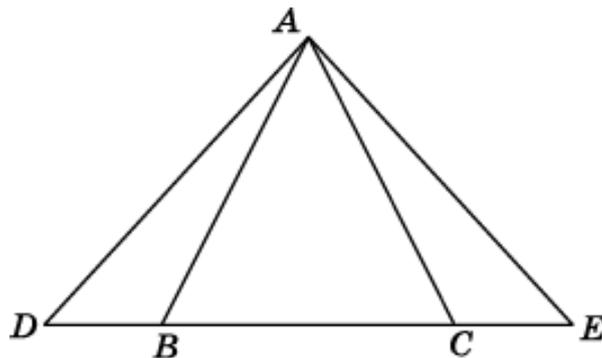
3. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle ADC = \angle BCD$ .



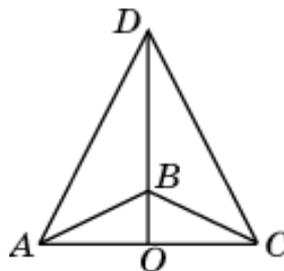
4. На рисунке дана фигура, у которой  $AD = CF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ . Докажите, что  $AB = DE$ .



5. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $BD = CE$ .



6. На рисунке  $AD = CD$  и  $\angle ADB = \angle CDB$ . Докажите, что  $AB = BC$ , заполнив пропуски в тексте.

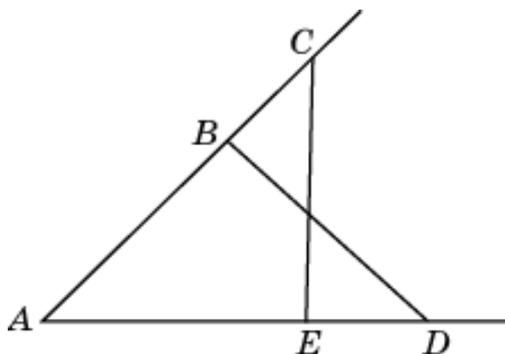


Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ –  
му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их  
соответствующие стороны, значит,  $AB = BC$ .

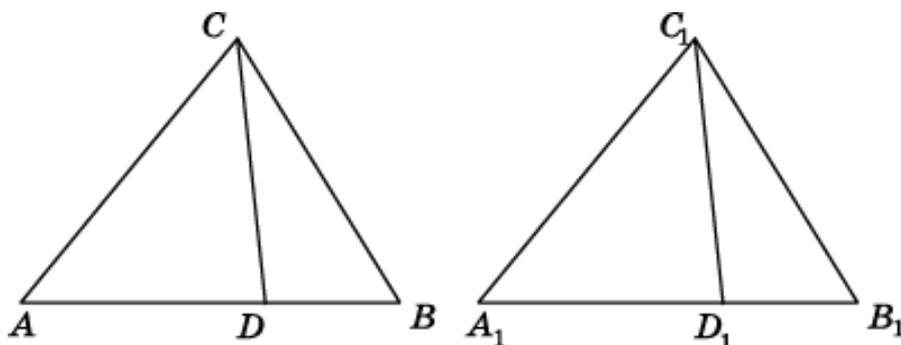
## Контрольная работа

### Вариант 3

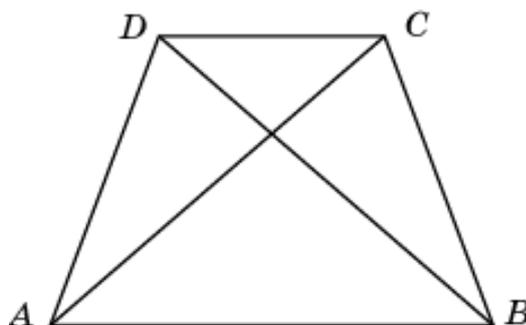
1. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $\angle CED = \angle DBC$ .



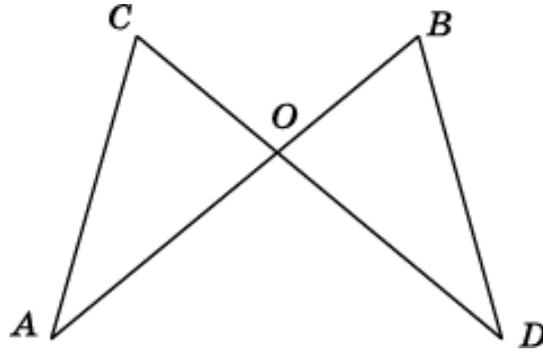
2. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $AD = A_1D_1$ .



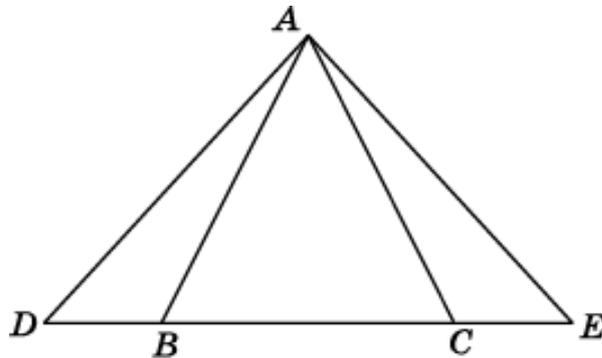
3. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle BAD = \angle ABC$ .



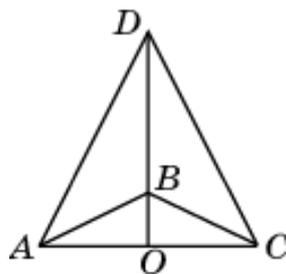
4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $OB = OC$  и  $\angle B = \angle C$ . Докажите, что  $AC = DB$ .



5. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $\angle ABD = \angle ACE$ .



6. На рисунке  $AO = CO$  и  $AC$  перпендикулярна  $BD$ . Докажите, что  $\angle ADB = \angle CDB$ , заполнив пропуски в тексте.

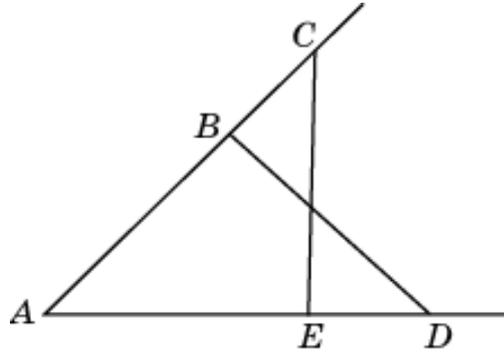


Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ –  
му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их  
соответствующие углы, значит,  $\angle ADB = \angle CDB$ .

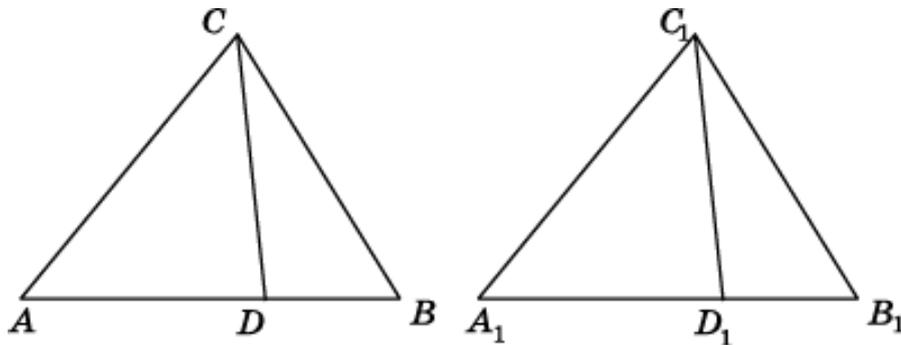
## Контрольная работа

### Вариант 4

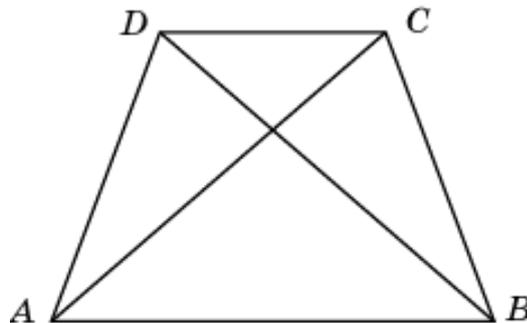
1. На сторонах угла  $CAD$  отмечены точки  $B$  и  $E$  так, что точка  $B$  принадлежит стороне  $AC$ , а точка  $E$  – стороне  $AD$ , причем,  $AC = AD$  и  $AB = AE$ . Докажите, что  $BD = EC$ .



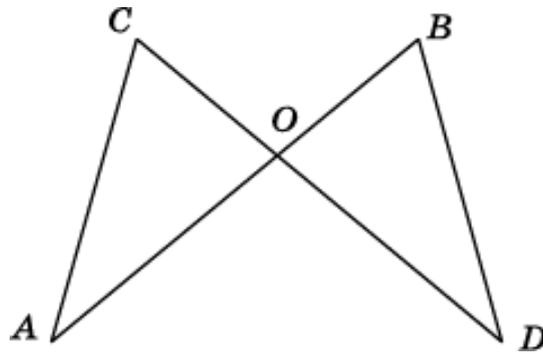
2. Треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  равны,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ . Докажите, что  $CD = C_1D_1$ .



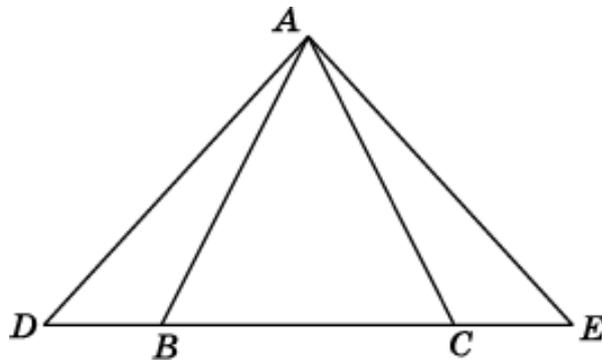
3. В четырехугольнике  $ABCD$   $AD = BC$  и  $AC = BD$ . Докажите, что  $\angle DAC = \angle CBD$ .



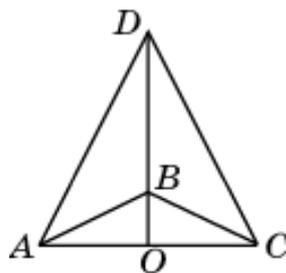
4. Отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $OB = OC$  и  $\angle B = \angle C$ . Докажите, что  $AO = DO$ .



5. На рисунке  $AD = AE$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ . Докажите, что  $\angle ABC = \angle ACB$ .



6. На рисунке  $\angle ADB = \angle CDB$  и  $AC$  перпендикулярна  $BD$ . Докажите, что  $AD = CD$ , заполнив пропуски в тексте.



Треугольники \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ равны по \_\_\_\_\_ –  
му признаку равенства треугольников. Следовательно, равны их  
соответствующие стороны, значит,  $AD = CD$ .

## РЕШЕНИЯ

### Самостоятельная работа 1

#### Вариант 1

1. Треугольники  $ABD$  и  $ACE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB=AC$ ,  $AD = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BD$  и  $CE$  этих треугольников.

2. Треугольники  $OCE$  и  $ODE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $OC = OD$ ,  $\angle COE = \angle DOE$ , сторона  $OE$  – общая). Следовательно, равны соответствующие углы  $OEC$  и  $OED$  этих треугольников.

3. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB=AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $AEC$ .

4. Треугольники  $AOD$  и  $BOC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $OA = OB$ ,  $OD=OC$ ,  $\angle AOD = \angle BOC$  как вертикальные). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AD$  и  $BC$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AC$  – общая сторона,  $\angle BAC = \angle DCA$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $B$  и  $D$  этих треугольников.

6. Из равенства сторон правильного треугольника и равенства отрезков  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AF$ ,  $CE$  и  $BD$ . Треугольники  $ADF$ ,  $BED$  и  $CFE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = BE = CF$ ,  $AF = BD = CE$ ,  $\angle A = \angle B = \angle C$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $DF$ ,  $ED$  и  $FE$  этих треугольников.

#### Вариант 2

1. Треугольники  $ABD$  и  $ACE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB=AC$ ,  $AD = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $ACE$  этих треугольников.

2. Треугольники  $OCE$  и  $ODE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $OC = OD$ ,  $\angle COE = \angle DOE$ , сторона  $OE$  – общая). Следовательно, равны соответствующие стороны  $EC$  и  $ED$  этих треугольников.

3. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB=AC$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACE$  и  $ADB$  этих треугольников.

4. Треугольники  $ACD$  и  $BDC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AC = BD$ , сторона  $DC$  – общая,  $\angle ACD = \angle BDC$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AD$  и  $BC$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AC$  – общая сторона,  $\angle BAC = \angle ACD$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACB$  и  $CAD$  этих треугольников.

6. Из равенства треугольников  $ABD_1$  и  $ABD_2$  следует равенство соответствующих сторон  $BD_1$  и  $BD_2$ , а также равенство соответствующих углов  $ABD_1$  и  $ABD_2$ . Из равенства указанных углов следует равенство смежных с ними углов  $CBD_1$  и  $CBD_2$ . Треугольники  $BCD_1$  и  $BCD_2$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $BD_1 = BD_2$ ,  $BC$  – общая сторона,  $\angle CBD_1 = \angle CBD_2$ ).

### Вариант 3

1. Треугольники  $ABD$  и  $ACE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB=AC$ ,  $AD = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADB$  и  $AEC$  этих треугольников.

2. Треугольники  $OCE$  и  $ODE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $OC = OD$ ,  $\angle COE = \angle DOE$ , сторона  $OE$  – общая). Следовательно, равны соответствующие углы  $OCE$  и  $ODE$  этих треугольников.

3. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB=AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BD$  и  $CE$  этих треугольников.

4. Треугольники  $ACB$  и  $BDA$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AC = BD$ , сторона  $AB$  – общая,  $\angle ABD = \angle BAC$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABC$  и  $BAD$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB$  – общая сторона,  $BC = AD$ ,  $\angle ABC = \angle BAD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AC$  и  $BD$  этих треугольников.

6. Из равенства сторон правильного треугольника  $ABC$  и равенства отрезков  $BD$ ,  $CE$  и  $AF$  следует равенство отрезков  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$ . Из равенства углов правильного треугольника  $ABC$  следует равенство углов  $FAD$ ,  $DBE$  и  $ECF$ . Треугольники  $ADF$ ,  $BED$  и  $CFE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = BE = CF$ ,  $AF = BD = CE$ ,  $\angle FAD = \angle DBE = \angle ECF$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $DF$ ,  $ED$  и  $FE$  этих треугольников.

### Вариант 4

1. Треугольники  $ABD$  и  $ACE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB=AC$ ,  $AD = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADB$  и  $AEC$  этих треугольников. Значит, равны смежные с ними углы  $BEC$  и  $BDC$ .

2. Треугольники  $OCE$  и  $ODE$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $OC = OD$ ,  $\angle COE = \angle DOE$ , сторона  $OE$  – общая). Следовательно, равны соответствующие углы  $OCE$  и  $ODE$  этих треугольников. Значит, равны смежные с ними углы  $ACE$  и  $BDE$ .

3. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB=AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $AEC$  и  $ABD$  этих треугольников. Значит, равны смежные с ними углы  $CED$  и  $DBC$ .

4. Треугольники  $ABD$  и  $BAC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ , сторона  $AB$  – общая,  $\angle BAD = \angle ABC$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AC$  и  $BD$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AC$  – общая сторона,  $\angle BAC = \angle DCA$ ). Следовательно, равны стороны  $BC$  и  $DC$  этих треугольников.

6. Из равенства треугольников  $ABD_1$  и  $ABD_2$  следует равенство соответствующих сторон  $AD_1$  и  $AD_2$ , а также равенство соответствующих углов  $BAD_1$  и  $BAD_2$ . Треугольники  $ACD_1$  и  $ACD_2$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD_1 = AD_2$ ,  $AC$  – общая сторона,  $\angle CAD_1 = \angle CAD_2$ ).

## Самостоятельная работа 2

### Вариант 1

1. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC$  – общая сторона,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 4 = \angle 3$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AB$  и  $CD$ .

2. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов  $ACB$  и  $DFE$ . Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $DF$ . Треугольники  $ACB$  и  $DFE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = DF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AB$  и  $DE$ .

3. Треугольники  $AOB$  и  $COD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AO = CO$ ,  $\angle OAB = \angle OCD$ ,  $\angle AOB = \angle COD$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $OB$  и  $OD$ .

4. Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AB$  – общая сторона,  $\angle ABC = \angle BAD$ ,

$\angle BAC = \angle ABD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AC$  и  $BD$  этих треугольников.

5. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство соответствующих сторон  $BC$  и  $B_1C_1$ , а также соответствующих углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BD$  и  $B_1D_1$  этих треугольников. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство соответствующих сторон  $AB$  и  $A_1B_1$ . Следовательно, имеет место равенство отрезков  $AD$  и  $A_1D_1$ .

6. Углы  $ACB$  и  $ECD$  равны как вертикальные. Треугольники  $ABC$  и  $EDC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = DC$ ,  $\angle ABC = \angle EDC$ ,  $\angle ACB = \angle ECD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AC$  и  $CE$  этих треугольников.

### Вариант 2

1. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC$  – общая сторона,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 4 = \angle 3$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AD$  и  $BC$ .

2. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов  $ACB$  и  $DFE$ . Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $DF$ . Треугольники  $ACB$  и  $DFE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = DF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $BC$  и  $EF$ .

3. Треугольники  $AOB$  и  $COD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AO = CO$ ,  $\angle OAB = \angle OCD$ ,  $\angle AOB = \angle COD$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AB$  и  $CD$ .

4. Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AB$  – общая сторона,  $\angle ABC = \angle BAD$ ,  $\angle BAC = \angle ABD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BC$  и  $AD$  этих треугольников.

5. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $CD$  и  $C_1D_1$  этих треугольников.

6. Углы  $ACB$  и  $ECD$  равны как вертикальные. Треугольники  $ABC$  и  $EDC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = DC$ ,  $\angle ABC = \angle EDC$ ,  $\angle ACB = \angle ECD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $ED$  этих треугольников.

### Вариант 3

1. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC$  – общая сторона,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AB$  и  $AD$ .

2. Треугольники  $AOC$  и  $DOB$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $OC = OB$ ,  $\angle ACO = \angle DBO$ ,  $\angle AOC = \angle DOB$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AO$  и  $DO$ .

3. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов  $ACO$  и  $BDO$ . Треугольники  $ACO$  и  $BDO$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $CO = DO$ ,  $\angle ACO = \angle BDO$ ,  $\angle AOC = \angle BOD$  как вертикальные). Следовательно, равны соответствующие стороны  $OA$  и  $OB$  этих треугольников.

4. Треугольники  $AOB$  и  $COD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AO = CO$ ,  $\angle OAB = \angle OCD$ ,  $\angle AOB = \angle COD$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $OB$  и  $OD$ .

5. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $CDB$  и  $C_1D_1B_1$  этих треугольников.

6. Углы  $ACB$  и  $ECD$  равны как вертикальные. Треугольники  $ABC$  и  $EDC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = CE$ ,  $\angle A = \angle E$ ,  $\angle ACB = \angle ECD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BC$  и  $CD$  этих треугольников.

#### Вариант 4

1. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC$  – общая сторона,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle 3 = \angle 4$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $BC$  и  $DC$ .

2. Треугольники  $AOC$  и  $DOB$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $OC = OB$ ,  $\angle ACO = \angle DBO$ ,  $\angle AOC = \angle DOB$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AC$  и  $BD$ .

3. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов  $ACO$  и  $BDO$ . Треугольники  $ACO$  и  $BDO$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $CO = DO$ ,  $\angle ACO = \angle BDO$ ,  $\angle AOC = \angle BOD$  как вертикальные). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AC$  и  $BD$  этих треугольников.

4. Треугольники  $AOB$  и  $COD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AO = CO$ ,  $\angle OAB = \angle OCD$ ,  $\angle AOB = \angle COD$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AB$  и  $CD$ .

5. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство соответствующих сторон  $BC$  и  $B_1C_1$ , а также соответствующих углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $BDC$  и  $B_1D_1C_1$  этих треугольников. Значит, имеет место равенство смежных с ними углов  $ADC$  и  $A_1D_1C_1$ .

6. Углы  $ACB$  и  $ECD$  равны как вертикальные. Треугольники  $ABC$  и  $EDC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = CE$ ,  $\angle A = \angle E$ ,  $\angle ACB = \angle ECD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $DE$  этих треугольников.

### Самостоятельная работа 3

#### Вариант 1

1. В четырехугольнике  $ABCD$  проведем диагональ  $BD$ . Треугольники  $ABD$  и  $CDB$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AD = CB$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $A$  и  $C$  этих треугольников.

2. Треугольники  $ABC$  и  $BAD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $BC = AD$ ,  $AC = BD$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABC$  и  $BAD$ .

3. Треугольники  $ACD$  и  $BDC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AC = BD$ ,  $AD = BC$ ,  $CD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACD$  и  $BDC$ .

4. Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $FD$ . Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = FE$ ,  $BC = ED$ ,  $AC = FD$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACB$  и  $FDE$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = AD$ ,  $CB = CD$ ,  $AC$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $B$  и  $D$  этих треугольников.

6. Треугольники  $ACM$  и  $A_1C_1M_1$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AM = A_1M_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $A$  и  $A_1$ .

#### Вариант 2

1. В четырехугольнике  $ABCD$  проведем диагональ  $AC$ . Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CD$ ,  $AD = CB$ ,  $AC$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $B$  и  $D$  этих треугольников.

2. Треугольники  $ABD$  и  $BAC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $BD = AC$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $BAC$ .

3. Треугольники  $ACD$  и  $BDC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AC = BD$ ,  $AD = BC$ ,  $CD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADC$  и  $BCD$ .

4. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $CBD$  этих треугольников.

5. Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $FD$ . Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = FE$ ,  $BC = ED$ ,  $AC = FD$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACB$  и  $FDE$  этих треугольников, значит, равны и смежные с ними углы 1 и 2.

6. Треугольники  $ACM$  и  $A_1C_1M_1$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AM = A_1M_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $AMC$  и  $A_1M_1C_1$ .

### Вариант 3

1. Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $FD$ . Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = FE$ ,  $BC = ED$ ,  $AC = FD$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $A$  и  $F$  этих треугольников.

2. Треугольники  $ADC$  и  $BCD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $AC = BD$ ,  $CD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $DAC$  и  $CBD$ .

3. Треугольники  $ACB$  и  $BDA$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AC = BD$ ,  $AD = BC$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABC$  и  $BAD$ .

4. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADB$  и  $CDB$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = AD$ ,  $BC = DC$ ,  $AC$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BCA$  и  $DCA$  этих треугольников.

6. Треугольники  $ACM$  и  $A_1C_1M_1$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AM = A_1M_1$ ,  $AC = A_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACM$  и  $A_1C_1M_1$ .

### Вариант 4

1. Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $FD$ . Треугольники  $ABC$  и  $FED$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = FE$ ,  $BC = ED$ ,  $AC = FD$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $B$  и  $E$  этих треугольников.

2. Треугольники  $ADC$  и  $BCD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $AC = BD$ ,  $CD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADC$  и  $BCD$ .

3. Треугольники  $ACB$  и  $BDA$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AC = BD$ ,  $BC = AD$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BAC$  и  $ABD$ .

4. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = CB$ ,  $AD = CD$ ,  $BD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $A$  и  $C$  этих треугольников.

5. Треугольники  $ABC$  и  $ADC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AB = AD$ ,  $BC = DC$ ,  $AC$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BAC$  и  $DAC$  этих треугольников.

6. Треугольники  $BCM$  и  $B_1C_1M_1$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $BM = B_1M_1$ ,  $BC = B_1C_1$ ,  $CM = C_1M_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $BCM$  и  $B_1C_1M_1$ .

#### Самостоятельная работа 4

##### Вариант 1

1. Треугольник  $ABO$  – равнобедренный, следовательно,  $\angle OAB = \angle OBA$ . Учитывая равенство углов  $DAC$  и  $DBC$ , получаем равенство углов  $CAB$  и  $DBA$ .

2. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Треугольники  $ACD$  и  $ABE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $CD$  и  $BE$ . Значит, равны и отрезки  $BD$  и  $CE$ .

3. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle A = \angle C$ . Значит, равны и смежные с ними углы 1 и 2.

4. Треугольник  $BCD$  – равнобедренный ( $CD = BD$ ). Следовательно,  $\angle DCB = \angle DBC$ ,  $\angle ACB = \angle ABC$ .

5. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный ( $AB = BC$ ). Следовательно,  $\angle BAC = \angle BCA$ . Из этого равенства и равенства углов  $BAD$  и  $BCD$  следует равенство углов  $DAC$  и  $DCA$ . Значит, треугольник  $DAC$  – равнобедренный, следовательно,  $AD = CD$ .

6. Из равенства углов  $A$  и  $B$  следует, что треугольник  $EAB$  – равнобедренный,  $EA = EB$ . Учитывая равенство отрезков  $AD$  и  $BC$ , получаем равенство отрезков  $ED$  и  $EC$ .

### Вариант 2

1. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle B = \angle C$ . Треугольники  $ACD$  и  $ABE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = AB$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $\angle C = \angle B$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AD$  и  $AE$  этих треугольников. Треугольник  $AED$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle 3 = \angle 4$ .

2. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Из равенства углов  $CAD$  и  $BAE$  следует равенство углов  $DAB$  и  $EAC$ . Треугольники  $DAB$  и  $EAC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle DAB = \angle EAC$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $AC$ .

3. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство углов  $BAC$  и  $BCA$ . Следовательно, треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AB = BC$ .

4. Треугольники  $ACD$  и  $ABD$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $CD = BD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ,  $AD$  – общая сторона). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AC$  и  $AB$ , значит, треугольник  $ABC$  – равнобедренный.

5. Треугольник  $ACD$  – равнобедренный ( $AD = CD$ ). Следовательно,  $\angle DAC = \angle DCA$ . Из этого равенства и равенства углов  $BAD$  и  $BCD$  следует равенство углов  $BAC$  и  $BCA$ . Значит, треугольник  $BAC$  – равнобедренный, следовательно,  $AB = BC$ .

6. Из равенства углов  $EDC$  и  $ECD$  следует, что треугольник  $EDC$  – равнобедренный,  $ED = EC$ . Учитывая равенство отрезков  $AD$  и  $BC$ , получаем равенство отрезков  $EA$  и  $EB$ . Следовательно, треугольник  $EAB$  – равнобедренный, значит,  $\angle A = \angle B$ .

### Вариант 3

1. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle B = \angle C$ . Так как внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, то из равенства углов 3, 4 и равенства углов  $C$ ,  $B$  следует равенство углов 1 и 2.

2. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Из равенства углов  $CAD$  и  $BAE$  следует равенство углов  $DAB$  и  $EAC$ . Треугольники  $DAB$  и  $EAC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle DAB = \angle EAC$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $AC$ . Значит, треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AB = BC$ .

3. Треугольник  $ABC$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle A = \angle 1$ . Углы  $A$  и 2 равны как вертикальные. Значит,  $\angle 1 = \angle 2$ .

4. Треугольники  $ABC$  и  $ABD$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AB$  – общая сторона,  $\angle ABC = \angle ABD$ ,  $\angle BAC = \angle BAD$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BC$  и  $BD$  этих треугольников. Треугольник  $BCD$  – равнобедренный, значит,  $\angle 3 = \angle 4$ .

5. Треугольник  $ACD$  – равнобедренный ( $AD = CD$ ). Следовательно,  $\angle DCA = \angle DAC$ . Треугольник  $BAC$  – равнобедренный ( $AB = BC$ ). Следовательно,  $\angle BCA = \angle BAC$ . Из этих равенств следует равенство углов  $BCD$  и  $BAD$ .

6. Из равенства углов  $EAB$  и  $EBA$  следует, что треугольник  $EAB$  – равнобедренный,  $EA = EB$ . Из равенства углов  $EDC$  и  $ECD$  следует, что треугольник  $EDC$  – равнобедренный,  $ED = EC$ . Из этих равенств следует равенство  $AD = BC$ .

#### Вариант 4

1. Так как внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних, не смежных с ним, то из равенства углов 3, 4 и равенства углов 1 и 2 следует равенство углов  $C$  и  $B$ . Следовательно, треугольник  $ABC$  равнобедренный,  $AB = BC$ .

2. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Из равенства углов  $CAD$  и  $BAE$  следует равенство углов  $DAB$  и  $EAC$ . Треугольники  $DAB$  и  $EAC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle DAB = \angle EAC$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $ACE$ .

3. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство углов 1 и  $BAC$ . Следовательно, треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AB = BC$ .

4. Треугольник  $BCD$  – равнобедренный,  $BC = BD$ . Треугольники  $ABC$  и  $ABD$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AB$  – общая сторона,  $BC = BD$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ ). Следовательно, равны соответствующие углы 5 и 6 этих треугольников.

5. Треугольник  $ACD$  – равнобедренный ( $AD = CD$ ). Следовательно,  $\angle DAC = \angle DCA$ . Из этого равенства и равенства углов  $BAC$  и  $ACB$  следует равенство углов  $BAD$  и  $BCD$ .

6. Из равенства углов  $A$  и  $B$  следует, что треугольник  $EAB$  – равнобедренный,  $EA = EB$ . Учитывая равенство отрезков  $AD$  и  $BC$ , получаем равенство отрезков  $ED$  и  $EC$ . Следовательно, треугольник  $EDC$  – равнобедренный, значит,  $\angle EDC = \angle ECD$ .

#### Самостоятельная работа 5

##### Вариант 1

1. Треугольники  $AOB$  и  $COD$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

2. Треугольники  $ADC$  и  $BCD$  равны по 3–му признаку равенства треугольников.

3. Треугольники  $AOD$  и  $COB$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

4. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

5. Треугольники  $ABD$  и  $ACE$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

6. Треугольники  $BFE$  и  $CFG$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

#### Вариант 2

1. Треугольники  $CDA$  и  $ABC$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

2. Треугольники  $AOD$  и  $BOC$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

3. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 3–му признаку равенства треугольников.

4. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

5. Треугольники  $ABA_1$  и  $BAB_1$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

6. Треугольники  $BEF$  и  $CFG$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

#### Вариант 3

1. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по 3–му признаку равенства треугольников.

2. Треугольники  $ABD$  и  $BAC$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

3. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

4. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 3–му признаку равенства треугольников.

5. Треугольники  $ABA_1$  и  $BAB_1$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

6. Треугольники  $AEN$  и  $BFE$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

#### Вариант 4

1. Треугольники  $ABC$  и  $CDA$  равны по 3–му признаку равенства треугольников.

2. Треугольники  $AOD$  и  $BOC$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

3. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

4. Треугольники  $AOD$  и  $COD$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

5. Треугольники  $ABD$  и  $ACE$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

6. Треугольники  $BEF$  и  $CFG$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

### Контрольная работа

#### Вариант 1

1. Треугольники  $ACE$  и  $ADB$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AC = AD$ ,  $AE = AB$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ACE$  и  $ADB$  этих треугольников.

2. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $CDB$  и  $C_1D_1B_1$  этих треугольников.

3. Треугольники  $BAC$  и  $ABD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $BC = AD$ ,  $AC = BD$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BAC$  и  $ABD$ .

4. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов  $ACB$  и  $DFE$ . Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $DF$ . Треугольники  $ACB$  и  $DFE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = DF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $BC$  и  $EF$ .

5. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Из равенства углов  $CAD$  и  $BAE$  следует равенство углов  $DAB$  и  $EAC$ . Треугольники  $DAB$  и  $EAC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle DAB = \angle EAC$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $AC$  этих треугольников.

6. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 3–му признаку равенства треугольников.

#### Вариант 2

1. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $AEC$ .

2. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство соответствующих сторон  $BC$  и  $B_1C_1$ , а также соответствующих углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $BDC$  и  $B_1D_1C_1$  этих треугольников. Значит, имеет место равенство смежных с ними углов  $ADC$  и  $A_1D_1C_1$ .

3. Треугольники  $ADC$  и  $BCD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $AC = BD$ ,  $CD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $ADC$  и  $BCD$  этих треугольников.

4. Из равенства углов 1 и 2 следует равенство смежных с ними углов  $ACB$  и  $DFE$ . Из равенства отрезков  $AD$  и  $CF$  следует равенство отрезков  $AC$  и  $DF$ . Треугольники  $ACB$  и  $DFE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AC = DF$ ,  $\angle BAC = \angle EDF$ ,  $\angle ACB = \angle DFE$ ). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AB$  и  $DE$  этих треугольников.

5. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Треугольники  $ACD$  и  $ABE$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle CAD = \angle BAE$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $CD$  и  $BE$ . Значит, равны и отрезки  $BD$  и  $CE$ .

6. Треугольники  $ABD$  и  $CBD$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

### Вариант 3

1. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие углы  $AEC$  и  $ABD$  этих треугольников. Значит, равны смежные с ними углы  $CED$  и  $DBC$ .

2. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство соответствующих сторон  $BC$  и  $B_1C_1$ , а также соответствующих углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BD$  и  $B_1D_1$  этих треугольников. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство соответствующих сторон  $AB$  и  $A_1B_1$ . Следовательно, имеет место равенство отрезков  $AD$  и  $A_1D_1$ .

3. Треугольники  $ABD$  и  $BAC$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $BD = AC$ ,  $AB$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $BAD$  и  $ABC$  этих треугольников.

4. Треугольники  $AOC$  и  $DOB$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $OC = OB$ ,  $\angle ACO = \angle DBO$ ,  $\angle AOC = \angle DOB$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AC$  и  $DB$ .

5. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Из равенства углов  $CAD$  и  $BAE$  следует равенство углов  $DAB$  и  $EAC$ . Треугольники  $DAB$  и  $EAC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle DAB = \angle EAC$ ). Следовательно, равны соответствующие углы  $ABD$  и  $ACE$ .

6. Треугольники  $AOD$  и  $COD$  равны по 1–му признаку равенства треугольников.

#### Вариант 4

1. Треугольники  $ABD$  и  $AEC$  равны по первому признаку равенства треугольников ( $AD = AC$ ,  $AB = AE$ , угол  $A$  – общий). Следовательно, равны соответствующие стороны  $BD$  и  $EC$  этих треугольников.

2. Из равенства треугольников  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$  следует равенство углов  $B$  и  $B_1$ . Треугольники  $BCD$  и  $B_1C_1D_1$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $BC = B_1C_1$ ,  $\angle B = \angle B_1$ ,  $\angle BCD = \angle B_1C_1D_1$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $CD$  и  $C_1D_1$  этих треугольников.

3. Треугольники  $ADC$  и  $BCD$  равны по третьему признаку равенства треугольников ( $AD = BC$ ,  $AC = BD$ ,  $CD$  – общая сторона). Следовательно, равны соответствующие углы  $DAC$  и  $CBD$  этих треугольников.

4. Треугольники  $AOC$  и  $DOB$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $OC = OB$ ,  $\angle ACO = \angle DBO$ ,  $\angle AOC = \angle DOB$  как вертикальные). Следовательно, равны их соответствующие стороны  $AO$  и  $DO$ .

5. Треугольник  $ADE$  – равнобедренный. Следовательно,  $\angle D = \angle E$ . Из равенства углов  $CAD$  и  $BAE$  следует равенство углов  $DAB$  и  $EAC$ . Треугольники  $DAB$  и  $EAC$  равны по второму признаку равенства треугольников ( $AD = AE$ ,  $\angle D = \angle E$ ,  $\angle DAB = \angle EAC$ ). Следовательно, равны соответствующие стороны  $AB$  и  $AC$ . Значит, треугольник  $ABC$  – равнобедренный,  $AB = BC$ .

6. Треугольники  $AOD$  и  $COD$  равны по 2–му признаку равенства треугольников.

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                |    |
|--------------------------------|----|
| Введение .....                 | 3  |
| Самостоятельная работа 1. .... | 4  |
| Вариант 1 .....                | 4  |
| Вариант 2 .....                | 6  |
| Вариант 3 .....                | 8  |
| Вариант 4 .....                | 10 |
| Самостоятельная работа 2. .... | 12 |
| Вариант 1 .....                | 12 |
| Вариант 2 .....                | 14 |
| Вариант 3 .....                | 16 |
| Вариант 4 .....                | 18 |
| Самостоятельная работа 3. .... | 20 |
| Вариант 1 .....                | 20 |
| Вариант 2 .....                | 22 |
| Вариант 3 .....                | 24 |
| Вариант 4 .....                | 26 |
| Самостоятельная работа 4. .... | 28 |
| Вариант 1 .....                | 28 |
| Вариант 2 .....                | 30 |
| Вариант 3 .....                | 32 |
| Вариант 4 .....                | 34 |
| Самостоятельная работа 5. .... | 36 |
| Вариант 1 .....                | 36 |
| Вариант 2 .....                | 38 |
| Вариант 3 .....                | 40 |
| Вариант 4 .....                | 42 |
| Контрольная работа .....       | 44 |
| Вариант 1 .....                | 44 |
| Вариант 2 .....                | 46 |
| Вариант 3 .....                | 48 |
| Вариант 4 .....                | 50 |
| Ответы .....                   | 52 |