Математика в школе 2026. № 2. С. 42–53 Mathematics at school 2026. № 2. P. 42–53

О ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ ПО МАТЕМАТИКЕ НА ПРИМЕРЕ ТЕМЫ «ФИГУРЫ ПОСТОЯННОЙ ШИРИНЫ»

ON THE STUDENTS' PROJECT ACTIVITY IN MATHEMATICS ON THE EXAMPLE OF THE TOPIC "CONSTANT WIDTH FIGURES"

Научная статья 5.8.2
УДК: 372.851

Scientific article 5.8.2
DOI: 10.47639/0130-9358_2026_2_42

В.А. Смирнов, И.М. Смирнова,
МПГУ, г. Москва,
v-a-smirnov@mail.ru,
i-m-smirnova@yandex.ru

V.A. Smirnov, I.M. Smirnova,
MSPU, Moscow,
v-a-smirnov@mail.ru,
i-m-smirnova@yandex.ru

Аннотация: в работе рассматривается проектная деятельность учащихся по математике на примере темы «Фигуры постоянной ширины»; приводятся примеры таких фигур, среди которых основное внимание уделяется треугольнику Рело, его свойствам и приложениям; предлагаются задания для учащихся и показывается использование компьютерной программы GeoGebra для моделирования таких фигур

Abstract: the paper considers the students' project activities in mathematics on the example of the topic «Figures of constant width»; examples of such figures are given, among which the main attention is paid to the Reulaux triangle, its properties and applications; offers tasks for students and shows the use of the GeoGebra computer program to simulate such figures

Ключевые слова: проектная деятельность, фигуры постоянной ширины, треугольник Рело, компьютерная программа GeoGebra

Keywords: project activity, constant width figures, Reulaux triangle, computer program GeoGebra

В Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования в качестве одной из основных задач обучения ставится задача овладения учащимися универсальными учебными познавательными действиями, включающими проектную деятельность. При этом важно, чтобы тема проекта была согласована с основным материалом, способствовала более глубокому его освоению и повышению мотивации учащихся к изучению математики.

В качестве примера тематики подобных проектов рассмотрим «Фигуры постоянной ширины», которая может быть предложена ученикам 9-го класса после прохождения темы «Длина окружности».

На первом этапе работы над проектом учащимся можно представить понятие ширины фигуры на плоскости, привести примеры, сформулировать проблему исследования.

Рассмотрим фигуру Ф на плоскости. Зафиксируем какую-нибудь прямую c. Через точки A, B этой прямой проведём прямые соответственно a, b, для которых данная фигура содержится между этими прямы-

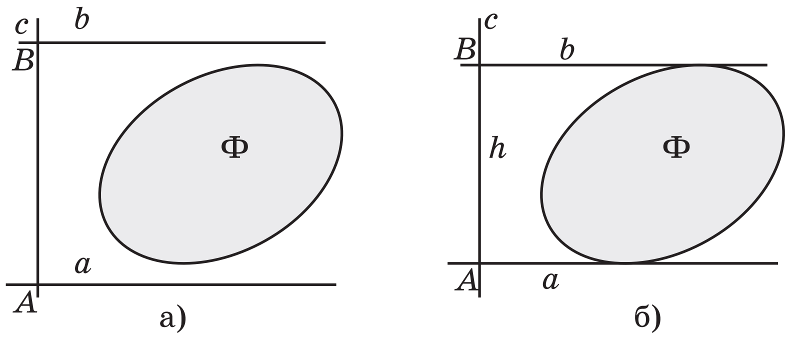


Рис. 1

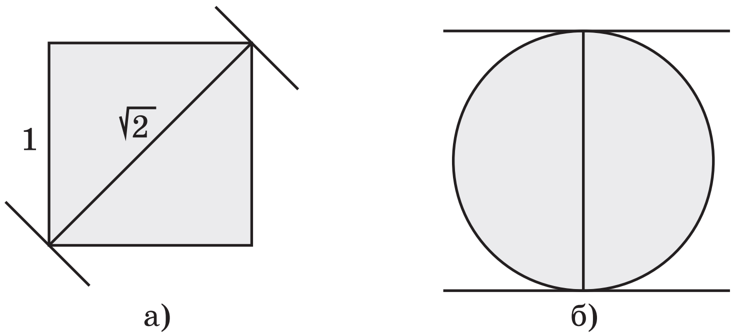


Рис. 2

ми (рис. 1а). Ширина этой полосы равна длине отрезка AB. Наименьшая возможная ширина полосы называется шириной фигуры Ф в направлении прямой c (рис. 1б) [1, 2].

По разным направлениям ширина фигуры может быть разной. Например, единичный квадрат в направлении его стороны имеет ширину, равную 1, а в направлении диагонали – $\sqrt{2}$ (рис. 2а).

Окружность имеет одинаковую ширину по всем направлениям. Она равна диаметру этой окружности (рис. 2б).

Учащимся можно задать вопросы:

1) привести примеры других фигур и найти их ширину по различным направлениям;

2) существуют ли фигуры, отличные от окружности (круга), имеющие одинаковую ширину по всем направлениям?

Оказывается, что ответ на второй вопрос положительный. Существуют фигуры, отличные от окружности (круга), имеющие одинаковую ширину по всем направлениям.

Такие фигуры называются фигурами постоянной ширины. Примером такой фигуры является треугольник Рело (рис. 3).

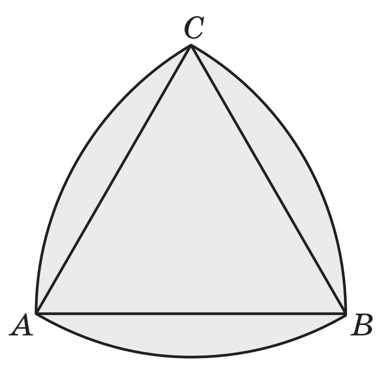


Рис. 3

Он получается добавлением к сторонам правильного треугольника круговых сегментов, для которых центрами соответствующих кругов являются противолежащие вершины треугольника, а радиусы равны стороне треугольника.

Учащимся можно предложить самим проверить, что ширина такой фигуры по всем направлениям постоянна и равна стороне треугольника.

На втором этапе учащимся можно предложить познакомится с литературой [1, с. 195–211], [2, с. 90–105] и посмотреть материал, размещённый на сайте [3].

Приведём примеры заданий для самостоятельной работы учащихся в рамках проектной деятельности.

1. Постройте треугольник Рело в компьютерной программе GeoGebra [4].

Указание. Используя инструмент «Правильный многоугольник», постройте правильный треугольник. Используя инструмент «Дуга по центру и двум точкам», постройте дуги окружностей с центрами в вершинах этого треугольника, соединяющие противолежащие вершины.

2. Докажите, что длина кривой, ограничивающей треугольник Рело, равна длине окружности, диаметр которой равен стороне соответствующего правильного треугольника.

Ответ: если сторона треугольника равна a, то длина дуги одного сегмента равна $\frac{\pi}{3}a$. Искомая длина кривой равна πa, то есть длине окружности, диаметр которой равен a.

3. Найдите площадь треугольника Рело, построенного для правильного треугольника со стороной 1.

Ответ: $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2} \approx 0{,}705$.

4. Найдите угол, который образуют касательные к треугольнику Рело, проведённые из его вершины (рис. 4).

Ответ: 120°.

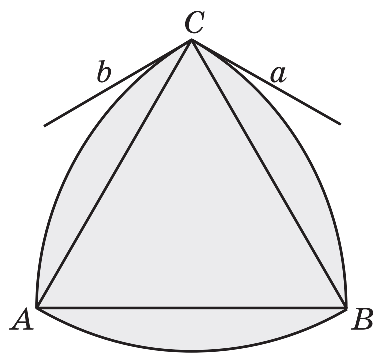


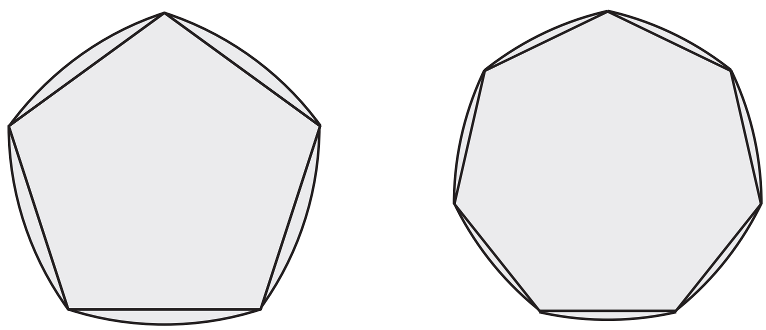
Рис. 4

5. По аналогии с треугольником Рело, постройте в компьютерной программе GeoGebra: а) пятиугольник Рело; б) семиугольник Рело.

Ответ: искомые фигуры представлены на рисунке 5.

6. Найдите угол, который образуют касательные к пятиугольнику Рело, проведённые из его вершины.

Ответ: 144°.



а) б)

Рис. 5

7. Для правильного пятиугольника, стороны которого равны 1, найдите ширину соответствующего пятиугольника Рело.

Ответ: $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Фигуру постоянной ширины, аналогичную треугольнику Рело, можно построить, исходя из треугольника произвольной формы. А именно, рассмотрим треугольник ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ (рис. 6).

На продолжении стороны BC отложим отрезок CD_1 длиной r ($r > c - b$, $r > c - a$).

С центром в точке C и радиусом r проведём дугу окружности D_1D_2, где точка D_2 расположена на продолжении стороны AC.

С центром в точке A и радиусом $b + r$ проведём дугу окружности D_2D_3, где точка D_3 расположена на продолжении стороны AB.

С центром в точке B и радиусом $b + r - c$ проведём дугу окружности D_3D_4, где точка D_4 расположена на продолжении стороны CB.

С центром в точке C и радиусом $b + r - c + a$ проведём дугу окружности D_4D_5, где точка D_5 расположена на продолжении стороны CA.

С центром в точке A и радиусом $r - c + a$ проведём дугу окружности D_5D_6, где точка D_6 расположена на продолжении стороны BA.

С центром в точке B и радиусом $r + a$ проведём дугу окружности D_6D_1.

В результате получим искомую замкнутую кривую.

На основе рассмотренной задачи содержание проекта можно продолжить в следующих направлениях.

8. Докажите, что полученная кривая имеет постоянную ширину, равную $a + b + 2r - c$.

Указание. Рассмотрим, например, прямую e, касающуюся дуги D_1D_6 в точке E (рис. 7).

Прямая d, перпендикулярная прямой e, пройдёт через точку B. Обозначим F точку пересечения этой прямой с дугой D_3D_4. Проведём касательную к этой дуге в точке F. Она будет перпендикулярна прямой d. Длина отрезка EF будет шириной данной кривой в направлении прямой d. Она равна сумме радиусов BE и BF данных дуг. Так как $BE = a + r$, $BF = b + r - c$, то $EF = a + b + 2r - c$. Аналогичным образом доказывается, что для точек дуг D_2D_3 и

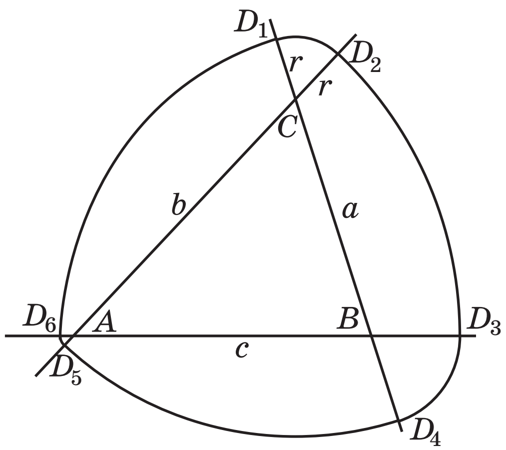


Рис. 6

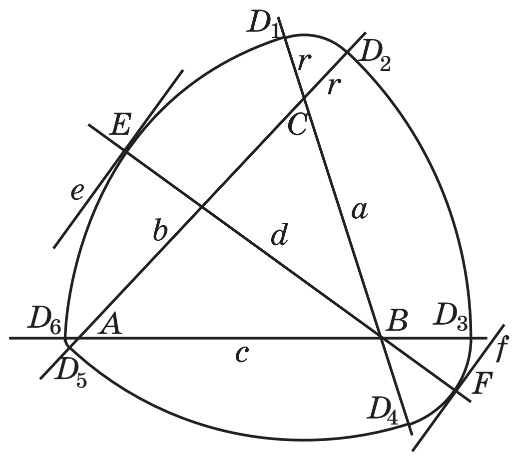


Рис. 7

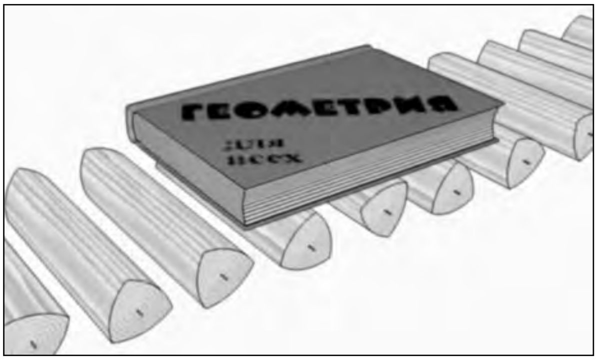


Рис. 8

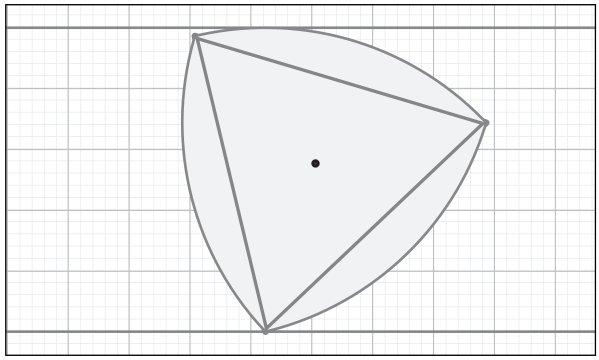


Рис. 9

D_4D_5 ширина кривой по соответствующим направлениям равна $a + b + 2r - c$.

9. Постройте фигуру постоянной ширины, аналогичную пятиугольнику Рело, исходя из пятиугольника произвольной формы.

10. На сайте [3] показано, что если сделать катки с профилем треугольника Рело, то книга будет катиться по ним на одной высоте, равной ширине треугольника Рело (рис. 8). В компьютерной программе GeoGebra попробуйте смоделировать движение треугольника Рело внутри полосы, ограниченной параллельными прямыми, так, чтобы он всё время касался обеих прямых (рис. 9).

Указание. Создадим ползунок t, изменяющийся от 0 до π. Проведём параллельные прямые a и b, расстояние между которыми равно 1. На прямой a отметим начальную точку A. Через неё проведём прямую, перпендикулярную прямой a. Обозначим B точку пересечения этой прямой с прямой b.

На прямых a и b отметим точки A_1 и B_1, для которых $AA_1 = BB_1 = t$. Повернём точку A_1 вокруг точки B_1 по часовой стрелке на угол величиной t. Полученную точку обозначим A'_1.

В строке «Ввод» наберём:
Если(0 ≤ t ≤ π / 3, Многоугольник(B_1, A'_1, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной A'_1B_1.

В строке «Ввод» введём команду:
Повернуть(A'_1, π / 3, B_1).

Полученную точку обозначим C_1.

Затем добавим ещё три команды:
Если (0 ≤ t ≤ π / 3,
ДугаОкружности(A'_1, C_1, B_1)),
Если (0 ≤ t ≤ π / 3,
ДугаОкружности(B_1, A'_1, C_1)),
Если (0 ≤ t ≤ π / 3,
ДугаОкружности(C_1, B_1, A'_1)).

Получим правильный треугольник $A'_1B_1C_1$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 10).

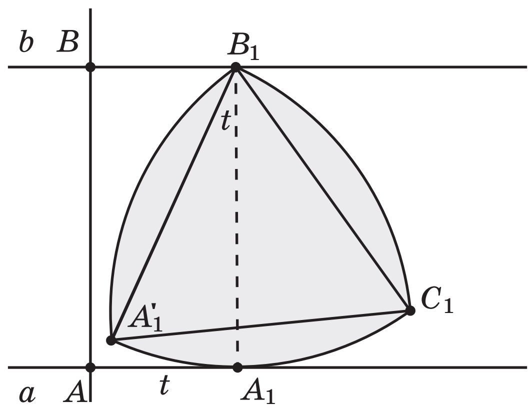


Рис. 10

При изменении параметра t от нуля до $\frac{\pi}{3}$ этот треугольник Рело будет катиться

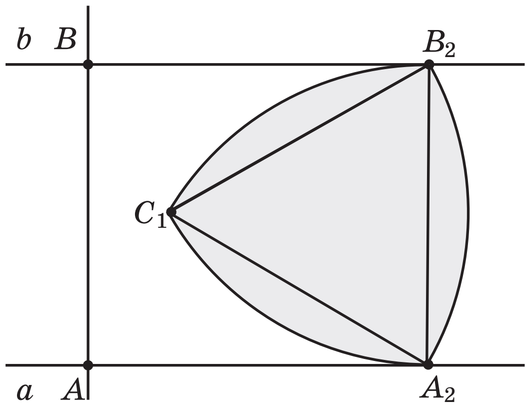


Рис. 11

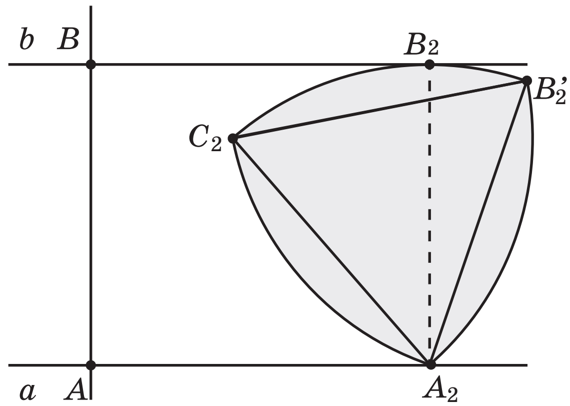


Рис. 12

по прямой a, касаясь прямой b. При $t = \frac{\pi}{3}$ он займёт положение, показанное на рисунке 11.

На прямых a и b отметим точки A_2 и B_2, для которых $AA_2 = BB_2 = \frac{\pi}{3}$. Повернём точку B_2 вокруг точки A_2 по часовой стрелке на угол величиной $t - \frac{\pi}{3}$. Полученную точку обозначим B'_2.

В строке «Ввод» наберём:
Если(π / 3 ≤ t ≤ 2π / 3,
Многоугольник(A_2, B'_2, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной $A_2B'_2$.

В строке «Ввод» наберём:
Повернуть(B'_2, π / 3, A_2).

Полученную точку обозначим C_2.

В строке «Ввод» наберём следующую последовательность команд:
Если(π / 3 ≤ t ≤ 2π / 3,
ДугаОкружности(A_2, B′_2, C_2)),
Если(π / 3 ≤ t ≤ 2π / 3,
ДугаОкружности(B′_2, C_2, A_2)),
Если(π / 3 ≤ t ≤ 2π / 3,
ДугаОкружности(C_2, A_2, B'_2)).

Получим правильный треугольник $A_2B'_2C_2$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 12).

При изменении параметра t от $\frac{\pi}{3}$ до $\frac{2\pi}{3}$ этот треугольник Рело будет катиться по прямой a, касаясь прямой b. При $t = \frac{2\pi}{3}$ он займёт положение, показанное на рисунке 13.

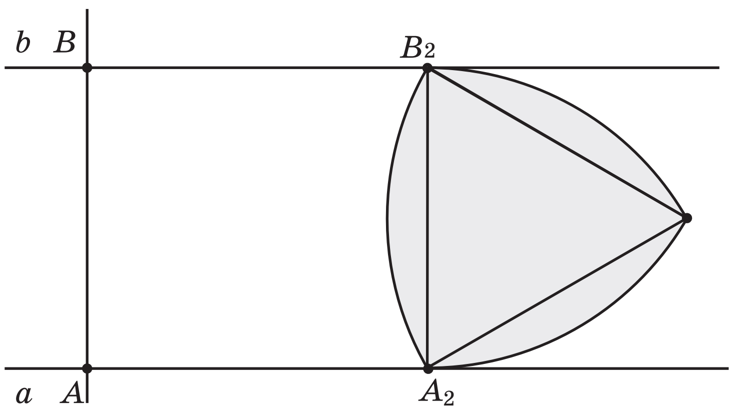


Рис. 13

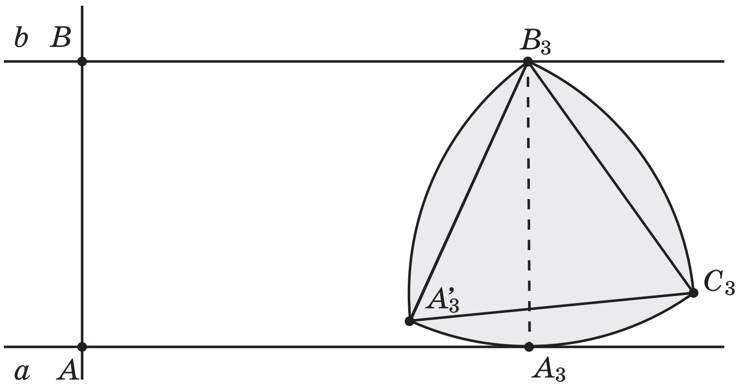


Рис. 14

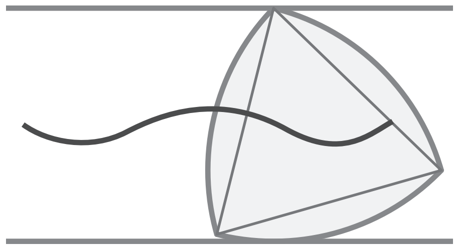


Рис. 15

На прямых a и b отметим точки A_3 и B_3, для которых $AA_3 = BB_3 = \frac{\pi}{3}$. Повернём точку A_3 вокруг точки B_3 по часовой стрелке на угол величиной $t - \frac{2\pi}{3}$. Полученную точку обозначим A'_3.

В строке «Ввод» наберём:

Если(2π / 3 ≤ t ≤ π, Многоугольник(B_3, A'_3, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной A'_3B_3.

В строке «Ввод» наберём:

Повернуть(A'_3, π / 3, B_3).

Полученную точку обозначим C_3.

В строке «Ввод» наберём:

Если(2π / 3 ≤ t ≤ π, ДугаОкружности(A'_3, C_3, B_3)), **Если(2π / 3 ≤ t ≤ π, ДугаОкружности(B_3, A'_3, C_3))**, **Если(2π / 3 ≤ t ≤ π, ДугаОкружности(C_3, B_3, A'_3))**.

Получим правильный треугольник $A'_3B_3C_3$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 14).

Если мы хотим увидеть кривую, которую описывает центр треугольника Рело, то нужно, используя инструмент «Середина или центр», отметить центр правильного треугольника и в его свойствах выбрать опцию «Оставлять след». В результате получим соответствующую кривую.

Убрав лишние точки и включив анимацию по параметру t, получим анимацию движения треугольника Рело внутри полосы, ограниченной прямыми a и b (рис. 15).

Соответствующий файл, сделанный нами в программе GeoGebra, можно скачать на сайте [5] в разделе «Геометрия с GeoGebra».

11. На сайте [3] показано, что если сделать сверло в виде треугольника Рело, то можно будет сверлить квадратные отверстия с немного скруглёнными уголками, но абсолютно прямыми сторонами (рис. 16).

Рис. 16

В компьютерной программе GeoGebra попробуйте смоделировать вращение треугольника Рело внутри квадрата так, чтобы он все время касался сторон этого квадрата (рис. 17).

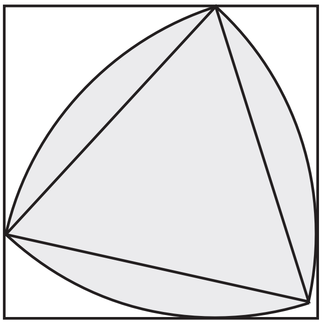


Рис. 17

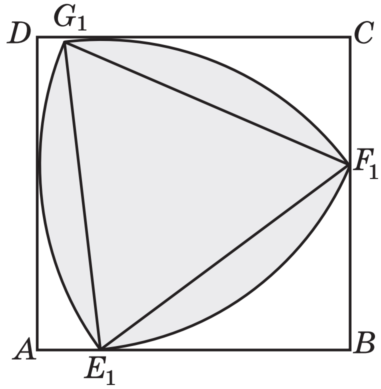


Рис. 18

Указание. Построим квадрат $ABCD$ со стороной, равной 1. Создадим ползунок t, изменяющийся от 0 до $2(\sqrt{3}-1)$.

На стороне AB этого квадрата отметим точку E_1, для которой $AE_1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} + t$. С центром в этой точке и радиусом 1 проведём окружность. Обозначим F_1 её точку пересечения со стороной BC.

В строке «Ввод» наберём:
Если(0≤ t ≤ (sqrt(3)-1)/2, Многоугольник(E_1, F_1, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной E_1F_1.

В строке «Ввод» наберём:
Повернуть(F_1, π / 3, E_1).

Полученную точку обозначим G_1.

В строке «Ввод» наберём:
Если(0≤ t ≤ (sqrt(3)-1)/2, ДугаОкружности(E_1, F_1, G_1)), **Если(0≤ t ≤ (sqrt(3)-1)/2, ДугаОкружности(F_1, G_1, E_1))**, **Если(0≤ t ≤ (sqrt(3)-1)/2, ДугаОкружности(G_1, E_1, F_1))**.

Получим правильный треугольник $E_1F_1G_1$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 18).

При изменении параметра t от 0 до $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ треугольник Рело будет поворачиваться внутри квадрата, касаясь всех его сторон.

На стороне AD квадрата отметим точку G_2, для которой $AG_2 = \sqrt{3} - \frac{1}{2} - t$. С центром в этой точке и радиусом 1 проведём окружность. Обозначим E_2 её точку пересечения со стороной AB.

В строке «Ввод» наберём:
Если((sqrt(3)-1)/2 ≤ t ≤ sqrt(3)-1, Многоугольник(G_2, E_2, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной E_2G_2.

В строке «Ввод» наберём:
Повернуть(E_2, π / 3, G_2).

Полученную точку обозначим F_2.

В строке «Ввод» наберём:
Если((sqrt(3)-1)/2≤ t ≤ sqrt(3)-1, ДугаОкружности(E_2, F_2, G_2)), **Если((sqrt(3)-1)/2≤ t ≤ sqrt(3)-1, ДугаОкружности(F_2, G_2, E_2))**, **Если((sqrt(3)-1)/2≤ t ≤ sqrt(3)-1, ДугаОкружности(G_2, E_2, F_2))**.

Получим правильный треугольник $E_2F_2G_2$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 19).

При изменении параметра t от $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ до $\sqrt{3}-1$ треугольник Рело будет поворачиваться внутри квадрата, касаясь всех его сторон.

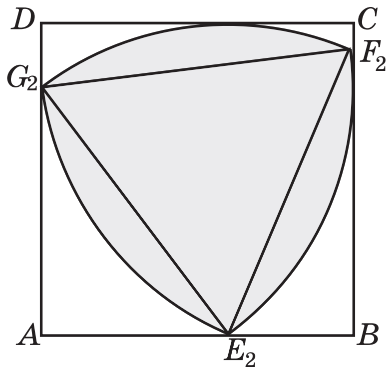


Рис. 19

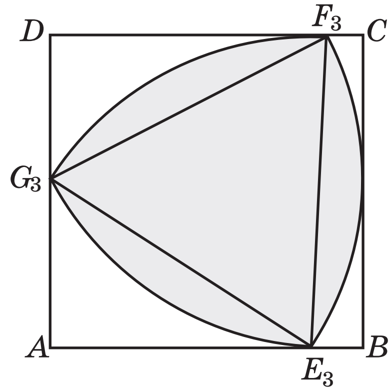


Рис. 20

На стороне CD квадрата отметим точку F_3, для которой $DF_3 = \frac{3\sqrt{3}}{2} - 1 - t$. С центром в этой точке и радиусом 1 проведём окружность. Обозначим G_3 её точку пересечения со стороной AD.

В строке «Ввод» наберём:
Если(sqrt(3)-1 ≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1)/2, Многоугольник(F_3, G_3, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной F_3G_3.

В строке «Ввод» наберём:
Повернуть(G_3, π / 3, F_3).

Полученную точку обозначим E_3.

В строке «Ввод» наберём:
Если(sqrt(3)-1≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1) / 2, ДугаОкружности(E_3, F_3, G_3)),
Если(sqrt(3)-1≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1) / 2, ДугаОкружности(F_3, G_3, E_3)),
Если((sqrt(3)-1≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1) / 2, ДугаОкружности(G_3, E_3, F_3)).

Получим правильный треугольник $E_3F_3G_3$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 20).

При изменении параметра t от $\sqrt{3} - 1$ до $\frac{3\sqrt{3} - 3}{2}$ треугольник Рело будет поворачиваться внутри квадрата, касаясь всех его сторон.

На стороне BC квадрата отметим точку E_4, для которой $BE_4 = t - 2\sqrt{3} + \frac{5}{2}$. С центром в этой точке и радиусом 1 проведём окружность. Обозначим F_4 её точку пересечения со стороной CD.

В строке «Ввод» наберём:
Если(3(sqrt(3) - 1)/2 ≤ t ≤ 2(sqrt(3) - 1), Многоугольник(E_4, F_4, 3)).

Получим правильный треугольник со стороной E_4F_4.

В строке «Ввод» наберём:
Повернуть(F_4, π / 3, E_4).

Полученную точку обозначим G_4.

Последовательность команд
Если(3(sqrt(3) - 1)/2 ≤ t ≤ 2(sqrt(3) - 1), ДугаОкружности(E_4, F_4, G_4)),
Если(3(sqrt(3) - 1)/2 ≤ t ≤ 2(sqrt(3) - 1), ДугаОкружности(F_4, G_4, E_4)),
Если(3(sqrt(3) - 1)/2 ≤ t ≤ 2(sqrt(3) - 1), ДугаОкружности(G_4, E_4, F_4)).
даёт правильный треугольник $E_4F_4G_4$ и дуги окружностей, составляющие треугольник Рело (рис. 21).

При изменении параметра t от $\frac{3\sqrt{3} - 3}{2}$ до $2(\sqrt{3} - 1)$ треугольник Рело будет поворачиваться внутри квадрата, касаясь всех его сторон.

Убрав лишние точки и включив анимацию по параметру t, получим искомое

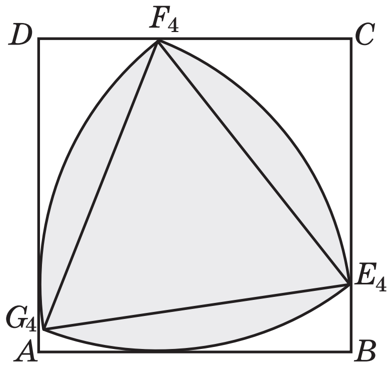


Рис. 21

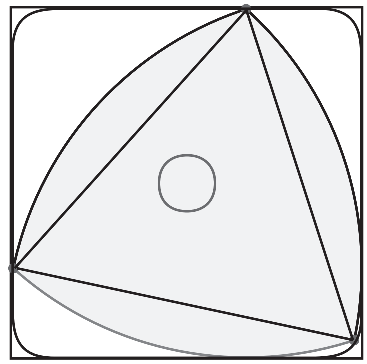


Рис. 22

вращение треугольника Рело внутри данного квадрата.

Если мы хотим увидеть кривую, которую описывают вершины треугольника Рело, то нужно в строке «Ввод» набрать следующие команды:

Если(0 ≤ t ≤ (sqrt(3) - 1) / 2, E_1),
Если(0 ≤ t ≤ (sqrt(3) - 1) / 2, F_1),
Если(0 ≤ t ≤ (sqrt(3) - 1) / 2, G_1),
Если((sqrt(3) - 1) / 2 ≤ t ≤ sqrt(3) - 1, E_2),
Если((sqrt(3) - 1) / 2 ≤ t ≤ sqrt(3) - 1, F_2),
Если((sqrt(3) - 1) / 2 ≤ t ≤ sqrt(3) - 1, G_2),
Если(sqrt(3) - 1 ≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1) / 2, E_3),
Если(sqrt(3) - 1 ≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1) / 2, F_3),
Если(sqrt(3) - 1 ≤ t ≤ 3(sqrt(3) - 1) / 2, G_3),
Если(3(sqrt(3) - 1) / 2 ≤ t ≤ 2 (sqrt(3) - 1), E_4),
Если(3(sqrt(3) - 1) / 2 ≤ t ≤ 2 (sqrt(3) - 1), F_4),
Если(3(sqrt(3) - 1) / 2 ≤ t ≤ 2 (sqrt(3) - 1), G_4).

В результате получим точки, в свойствах которых нужно выбрать опцию «Оставлять след».

Если требуется визуализировать кривую, которую описывает центр треугольника Рело, то нужно, используя инструмент «Середина или центр», отметить центры правильных треугольников и в их свойствах выбрать опцию «Оставлять след». В результате получим соответствующую кривую (рис. 22).

Учащимся можно предложить следующее задание.

Найдите наибольшее расстояние от точек единичного квадрата до этой кривой, показывающее, насколько данная кривая отличается от квадрата.

О т в е т: $\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\approx 0{,}048.$

Соответствующий файл, сделанный нами в программе GeoGebra, можно скачать на сайте [5] в разделе «Геометрия с GeoGebra».

12. Аналогично тому, как это было сделано для треугольника Рело, докажите, что пятиугольник Рело можно вписать в правильный шестиугольник так, чтобы его стороны касались всех сторон этого шестиугольника. Найдите стороны правильного пятиугольника, если стороны правильного шестиугольника равны 1.

Указание. Рассмотрим правильный шестиугольник $ABCDEF$ со стороной 1 и правильный пятиугольник $A_1B_1C_1D_1E_1$, у которого вершина E_1 совпадает с вершиной F, вершины A_1, D_1 принадлежат отрезкам соответственно AB, DE, а диа-

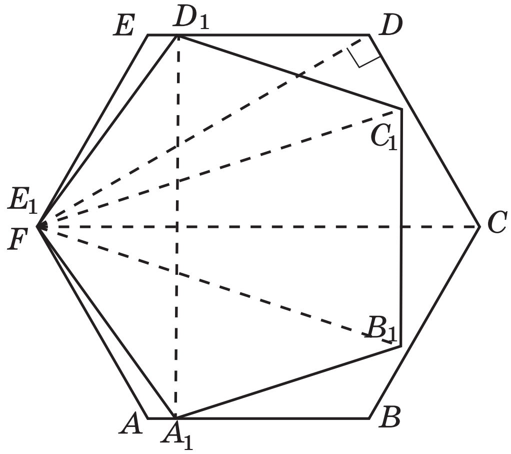


Рис. 23

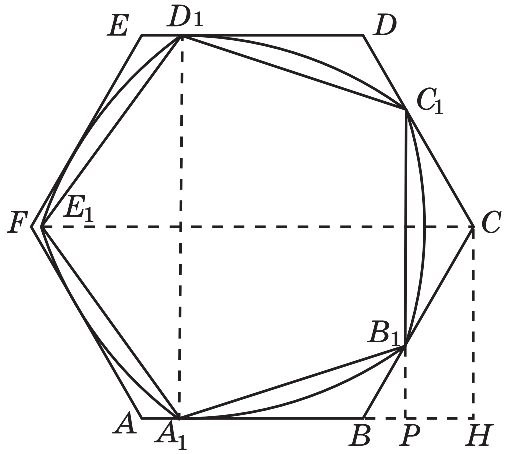


Рис. 24

гональ A_1D_1 перпендикулярна прямой AB (рис. 23).

Из того, что углы BA_1B_1 и DD_1C_1 равны 18°, следует, что соответствующие дуги окружностей пятиугольника Рело касаются сторон шестиугольника, а из того, что пятиугольник Рело является фигурой постоянной ширины, следует, что дуги окружностей, построенные на сторонах A_1E_1 и D_1E_1, касаются соответственно сторон AF и EF шестиугольника. Следовательно, пятиугольник Рело будет вписан в правильный шестиугольник.

Так как $FD = FB_1 = FC_1$, то точки B_1, C_1 расположены внутри шестиугольника. Перенесём пятиугольник параллельно в направлении прямой FC так, чтобы вершины B, C принадлежали отрезкам соответственно BC, CD (рис. 24).

Так как диагональ правильного пятиугольника равна $\sqrt{3}$, то сторона этого пятиугольника равна $\sqrt{3}\varphi$, где $\varphi = \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ – число, выражающее золотое сечение.

Найдём длины отрезков B_1C и A_1B. В прямоугольном треугольнике B_1CG $B_1G = \dfrac{\sqrt{3}\varphi}{2}$, $\angle CB_1G = 30°$. Следовательно, $B_1C = \varphi$. В прямоугольном треугольнике A_1B_1P $A_1B_1 = \sqrt{3}\varphi$, $\angle B_1A_1P = 18°$. Следовательно,

$$B_1P = \frac{\sqrt{3}\varphi^2}{2} = \frac{\sqrt{3}(1-\varphi)}{2}, \quad A_1P = \frac{\sqrt{6-3\varphi}}{2}.$$

Учитывая, что $BP = \dfrac{BB_1}{2} = \dfrac{1-\varphi}{2}$, получаем $A_1B = \dfrac{\sqrt{6-3\varphi}}{2} - \dfrac{1-\varphi}{2}$.

13. Аналогично тому, как это было сделано для треугольника Рело, попробуйте смоделировать в компьютерной программе GeoGebra вращение пятиугольника Рело внутри правильного шестиугольника (рис. 25). Соответствующий файл имеется на сайте [5].

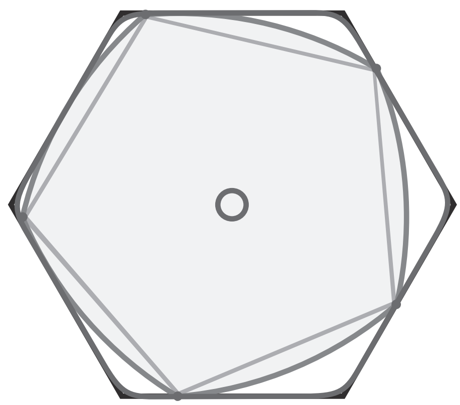


Рис. 25

Рассмотренные в статье задачи могут инициировать начало самостоятельной исследовательской деятельности обучаемых.

Список источников

1. *Радемахер Г., Тёплиц О.* Кривые постоянной ширины // Числа и фигуры. Опыты математического мышления / Пер. с нем. В.И. Контовта. – М.: Физматгиз, 1962. – 263 с. («Библиотека математического кружка», выпуск 10).

2. *Яглом И. М., Болтянский В. Г.* Фигуры постоянной ширины // Выпуклые фигуры. – М.–Л.: ГТТИ, 1951. – 343 с. («Библиотека математического кружка», выпуск 4).

3. Математические этюды // URL: https://etudes.ru/ (дата обращения: 27.01.2025).

4. *Смирнов В. А., Смирнова И. М.* Геометрия с GeoGebra. Планиметрия. – М.: Прометей, 2018.

5. Современный учебно-методический комплект по геометрии для 5–11-х классов // URL: http://vasmirnov.ru/ (дата обращения: 27.01.2025).

Статья поступила в редакцию 13.11.2024.
Принята к публикации 30.07.2025.

К СВЕДЕНИЮ

Гендерные стереотипы могут влиять не только на отношение к математике, но и на сам процесс обучения, выяснили американские учёные. Исследование показало, что дети 5–7 лет чаще ориентируются на математическую информацию от мужчин, даже если она ошибочна.

В исследовании приняли участие 198 детей из США в возрасте от 5 до 7 лет – 93 девочки и 105 мальчиков. Эксперимент проходил онлайн с помощью платформы Children Helping Science при участии взрослых. Детям показывали изображения с точками и просили оценить их количество. Сначала дети отвечали самостоятельно, а затем выполняли то же задание вместе с двумя аватарами – мужским и женским, которые называли свои варианты ответов раньше ребёнка. В одних случаях правильный ответ давал женский аватар, в других – мужской.

Результаты показали, что оценки детей сильнее смещались в сторону ответов мужского персонажа. Это происходило даже тогда, когда мужчина допускал очевидную ошибку, а женщина называла верное число. Чтобы убедиться, что эффект связан именно с математикой, исследователи добавили контрольное задание, не связанное с числами.

Кроме того, искажение сохранялось и позже. По словам соавтора исследования Джулии Хаусс, если дети несколько раз сталкивались с неверными ответами мужского аватара, их собственные оценки оставались смещёнными даже после того, как аватары исчезали.

Авторы отмечают, что в реальных условиях влияние гендерной предвзятости может быть слабее, поскольку дети обычно учатся у одного учителя и быстро распознают намеренный обман. Тем не менее исследователи подчеркивают, что их работа важна для понимания того, как ранние гендерные установки могут влиять на обучение, особенно с учётом того, что воспитателями и учителями чаще всего являются женщины.

Источник: science.mail.ru